



ANÁLISE FATORIAL PARA VARIÁVEIS ORDINAIS

Por

Avelina Maria Moura Palhares Fernando

Dissertação de Mestrado em Modelação,
Análise de Dados e Sistemas de Apoio à Decisão

Orientação: Professora Doutora Maria Paula Brito

Faculdade de Economia

Universidade do Porto

2014

Ao Paulo, porque o r é $= 1 \dots$

Nota biográfica

A autora nasceu a 26 de Julho de 1971 em Vila Nova de Gaia e é licenciada em Gestão de Negócios pelo Instituto de Estudos Superiores Financeiros e Fiscais.

No decorrer da sua experiência profissional, desempenhou funções muito diferentes, em áreas também muito diversas. Essa experiência proporcionou-lhe uma visão transversal e integrada de organizações de sectores de atividade muito variados dos quais se destaca em primeiro lugar a indústria automóvel, transportes, metalomecânica, alimentar e abrasivos, entre outros, assim como o sector financeiro e os serviços. Este conhecimento foi enriquecido por ter desempenhado nos últimos anos a função de Gestora de vários projetos de implementação de sistemas de informação (ERP) e de controlo de gestão. Neste momento integra a equipa multidisciplinar do departamento TI de uma empresa nacional, sediada em Aveiro, e que é um dos líderes europeus na produção de abrasivos flexíveis.

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer à Professora Doutora Paula Brito por ter aceite o desafio de me orientar. O empenho, profissionalismo e entusiasmo com que apresentou as aulas de Análise de Dados durante a parte escolar do Mestrado foram preponderantes na escolha do tema e do orientador da minha dissertação. Estou muito grata pela extraordinária orientação e apoio, pelo rigor e encorajamento, pela atenção e simpatia que me dedicou durante as diferentes fases deste trabalho. Foi realmente um privilégio trabalhar sob a sua orientação.

Agradeço à Professora Doutora Brigitte Le Roux por, antes da publicação do livro, ter disponibilizado uma cópia do capítulo sobre Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis.

À Caxemira Lemos, o meu muito obrigada por ter permitido a utilização dos dados que recolheu para a sua dissertação.

Por último, mas não por ser menos importante, agradeço ao Paulo pela presença sem reservas, pelo incentivo e compreensão nos momentos menos felizes, fundamentais ao longo de todo este percurso. Um enorme *Obrigada* por ter acreditado em mim e por ter estado *Sempre* ao meu lado, por isso lhe dedico este trabalho.

Resumo

Nos estudos estatísticos, as variáveis podem ser classificadas como quantitativas ou qualitativas. Uma variável pode ser uma quantidade, como o número diário de assaltos numa cidade ou o rendimento (variável quantitativa), ou um atributo, como a cor da pele ou o grau de preferência (variável qualitativa). O segundo tipo assume categorias, modalidades ou níveis. No caso de não existir uma ordem das categorias, estamos perante uma variável nominal; caso contrário, se existir uma ordenação, a variável diz-se ordinal. A escala ordinal desta é uma escala de ordenação, designando uma posição relativa das categorias segundo uma determinada direção. A natureza deste tipo de variáveis levanta problemas específicos, nomeadamente a inexistência de um zero absoluto (categoria que indique ausência do atributo), o facto de se desconhecer a distância entre as diferentes categorias, a determinação do número e a definição das categorias e o risco de interpretações diversas sobre o significado destas.

As escalas ordinais são muito utilizadas numa grande variedade de domínios, como as Ciências Sociais, a Medicina, a Engenharia, a Economia, a Psicologia ou o Marketing. Destaca-se em particular o seu interesse na realização e análise de inquéritos.

As características destas variáveis têm portanto de ser tidas em conta no tratamento de dados, não devendo ser utilizadas as técnicas desenvolvidas para dados quantitativos. Tendo em vista a comparação dos resultados produzidos por diferentes métodos de análise multivariada propostos especificamente para este tipo de variáveis, são consideradas três formas principais de abordagem: técnicas de quantificação de categorias que permitem dispor de dados quantitativos para a realização de uma Análise em Componentes Principais (ACP) Linear; uma ACP Linear com recurso ao coeficiente de correlação de Spearman (apropriado para dados ordinais); uma Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA), que procede ela própria à quantificação ótima das categorias e em simultâneo realiza uma ACP; uma Análise das Correspondências (AC) com Duplicação de Variáveis adequada para este tipo de dados; uma Análise das Correspondências

Múltiplas (ACM), que constitui uma generalização da Análise das Correspondências Simples.

Os diferentes métodos são aplicados a dois conjuntos de dados resultantes de inquéritos de opinião, constituídos por variáveis qualitativas ordinais, analisando-se e comparando-se os resultados obtidos. Finalmente, verifica-se que as conclusões extraídas são análogas em todas as abordagens, pelo que os dois exemplos de aplicação sugerem que a decisão sobre que método utilizar não exige grande ponderação.

Palavras chave: Análise das correspondências; análise das correspondências múltiplas; análise em componentes principais; análise em componentes principais categórica; categoria; componente principal; correlação de Spearman; duplicação de variáveis; escala de medida; fator; inquérito aos hábitos de consumo; inquérito social europeu; quantificação de categorias; variável ordinal.

Abstract

In statistical work, variables may be classified as quantitative or qualitative. A variable may be a quantity such as the daily number of thefts in a city or income (quantitative variable) or a characteristic, such as the skin colour or preference ranking (qualitative variable). The latter kind takes categories, qualities or levels. If there is no meaningful ordering of the categories, a variable is called nominal; otherwise, when such ordering exists, it is called ordinal. An ordinal scale ranks the categories according to a given direction and is therefore a ranking scale. The nature of this kind of variables raises specific problems, namely the absence of an absolute zero (a category that denotes the absence of the characteristic), the fact that the distance between the different categories is unknown, the determination of the number and the definition of the categories and the risk of divergent interpretation concerning their meaning.

Ordinal scales are used in a wide range of areas such as Social Sciences, Medicine, Engineering, Economics, Psychology or Marketing, and their interest in the application and analysis of questionnaire data is especially important.

The features of these variables have to be taken into account in data analysis and consequently the techniques developed for quantitative data should not be used. In order to compare the outcome of several methods of multivariate analysis, specifically proposed for this kind of variables, three main approaches are considered: category-scoring techniques that provide quantitative data which can be used in a Linear Principal Component Analysis (PCA); Linear PCA based on Spearman's correlation coefficient (appropriate for ordinal data); Categorical PCA (CATPCA) that computes the categories' optimal scaling and simultaneously runs a PCA; Correspondence Analysis with Variable Doubling, appropriate for this kind of data; Multiple Correspondence Analysis (MCA), a generalization of the Simple Correspondence Analysis.

The different methods are applied to two questionnaire datasets including ordinal qualitative variables and their results are analysed and compared. Since the conclusions

drawn from all the approaches are similar, these two applied examples suggest that the decision on the most appropriate method does not require very careful weighing.

Keywords: Categorical principal component analysis; category; category scoring; consuming habits survey; Correspondence analysis; European social survey; factor; measuring scale; Multiple correspondence analysis; ordinal variable; principal component; Principal component analysis; Spearman's correlation; variable doubling.

Conteúdo

Nota biográfica	i
Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
1 Introdução	1
2 Quantificação das Categorias Através do Cálculo de Pontuações	9
2.1 Introdução	9
2.2 Métodos de Quantificação	9
2.3 Aplicações	12
2.3.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa	12
2.3.2 Inquérito social europeu	16
3 Análise em Componentes Principais	21
3.1 Introdução	21
3.2 Análise em Componentes Principais Linear	22
3.2.1 Aplicações	25
3.2.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa .	25
3.2.1.2 Inquérito social europeu	31
3.3 Análise em Componentes Principais Linear com Coeficiente de Correlação Ordinal de Spearman	36
3.3.1 Aplicações	37
3.3.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa .	37
3.3.1.2 Inquérito social europeu	38

3.4	Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA)	40
3.4.1	Funções <i>Spline</i>	40
3.4.2	Escalonamento Ótimo (<i>Optimal Scaling</i>)	46
3.4.3	Aplicações	51
3.4.3.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa .	52
3.4.3.2	Inquérito social europeu	55
4	Análise das Correspondências	60
4.1	Introdução	60
4.2	Análise das Correspondências Simples	60
4.3	Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis	66
4.3.1	Aplicações	70
4.3.1.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa .	70
4.3.1.2	Inquérito social europeu	74
4.4	Análise das Correspondências Múltiplas	78
4.4.1	Aplicações	84
4.4.1.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa .	84
4.4.1.2	Inquérito social europeu	88
5	Conclusão	94
A	Análise em Componentes Principais Linear	100
A.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa	100
A.2	Inquérito social europeu	121
B	Análise em Componentes Principais Linear com Coeficiente de Correlação Ordinal de Spearman	151
B.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa	151
B.2	Inquérito social europeu	156
C	Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA)	162
C.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa	162
C.2	Inquérito social europeu	167
D	Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis	173
D.1	Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa	173
D.2	Inquérito social europeu	183

Lista de Tabelas

1.1	Questionário sobre hábitos de consumo da população idosa (IHCPI) . .	5
1.2	Questionário sobre valores humanos dos cidadãos portugueses (ISE) . .	6
2.1	Quantificação das categorias	
	Números inteiros ordenados (IHCPI)	12
2.2	Quantificação das categorias	
	Índice (IHCPI)	12
2.3	Quantificação das categorias	
	Ridits (IHCPI)	13
2.4	Quantificação das categorias	
	Ordem média (IHCPI)	14
2.5	Quantificação das categorias	
	Quantis distribuição Normal Ridits (IHCPI)	15
2.6	Quantificação das categorias	
	Quantis dist. Normal Ordem média (IHCPI)	16
2.7	Quantificação das categorias	
	Números inteiros ordenados (ISE)	16
2.8	Quantificação das categorias	
	Índice (ISE)	17
2.9	Quantificação das categorias	
	Ridits (ISE)	17
2.10	Quantificação das categorias	
	Ordem média (ISE)	18
2.11	Quantificação das categorias	
	Quantis distribuição Normal Ridits (ISE)	19
2.12	Quantificação das categorias	
	Quantis da dist. Normal Ordem média (ISE)	20

3.1	Percentagem da variância total explicada pelas duas soluções – ACP (IHCPI)	26
3.2	Questões a reter 1ª componente principal – ACP (IHCPI)	27
3.3	Questões a reter 2ª componente principal – ACP (IHCPI)	28
3.4	Questões a reter 3ª componente principal – ACP (IHCPI)	29
3.5	Percentagem da variância total explicada pelas duas soluções – ACP (ISE)	31
3.6	Questões a reter 1ª componente principal – ACP (ISE)	32
3.7	Questões a reter 2ª componente principal – ACP (ISE)	33
3.8	Questões a reter 3ª componente principal – ACP (ISE)	34
3.9	Questões a reter 4ª componente principal – ACP (ISE)	35
3.10	Questões a reter 1ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)	38
3.11	Questões a reter 2ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)	38
3.12	Questões a reter 3ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)	38
3.13	Questões a reter 1ª componente principal – ACP Spearman (ISE)	39
3.14	Questões a reter 2ª componente principal – ACP Spearman (ISE)	39
3.15	Questões a reter 3ª componente principal – ACP Spearman (ISE)	39
3.16	Questões a reter 4ª componente principal – ACP Spearman (ISE)	40
3.17	Quantificação das categorias Escalonamento ótimo – CATPCA (IHCPI)	52
3.18	Questões a reter 1ª componente principal – CATPCA (IHCPI)	53

3.19	Questões a reter	
	2 ^a componente principal – CATPCA (IHCPI)	54
3.20	Questões a reter	
	3 ^a componente principal – CATPCA (IHCPI)	54
3.21	Quantificação das categorias	
	Escalonamento ótimo – CATPCA (ISE)	56
3.22	Questões a reter	
	1 ^a componente principal – CATPCA (ISE)	57
3.23	Questões a reter	
	2 ^a componente principal – CATPCA (ISE)	57
3.24	Questões a reter	
	3 ^a componente principal – CATPCA (ISE)	57
3.25	Questões a reter	
	4 ^a componente principal – CATPCA (ISE)	58
4.1	Escala original	67
4.2	Escala duplicada	67
4.3	Questões a reter	
	1 ^o Fator – AC Duplicação (IHCPI)	72
4.4	Questões a reter	
	2 ^o Fator – AC Duplicação (IHCPI)	73
4.5	Questões a reter	
	1 ^o Fator – AC Duplicação (ISE)	75
4.6	Questões a reter	
	2 ^o Fator – AC Duplicação (ISE)	76
4.7	Questões a reter	
	3 ^o Fator – AC Duplicação (ISE)	77
4.8	Questões a reter	
	4 ^o Fator – AC Duplicação (ISE)	77
4.9	Valores próprios e variância explicada – ACM (IHCPI)	85
4.10	Questões a reter	
	1 ^o Fator – ACM (IHCPI)	86
4.11	Questões a reter	
	2 ^o Fator – ACM (IHCPI)	87
4.12	Valores próprios e variância explicada – ACM (ISE)	89

4.13	Questões a reter	
	1º Fator – ACM (ISE)	90
4.14	Questões a reter	
	2º Fator – ACM (ISE)	91
A.1	Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)	101
A.2	Valores próprios e variância explicada – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)	102
A.3	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)	103
A.4	Matriz de correlações – ACP Ridits (IHCPI)	105
A.5	Valores próprios e variância explicada – ACP Ridits (IHCPI)	106
A.6	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (IHCPI)	107
A.7	Matriz de correlações – ACP Ordem média (IHCPI)	109
A.8	Valores próprios e variância explicada – ACP Ordem média (IHCPI) . .	110
A.9	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (IHCPI)	111
A.10	Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)	113
A.11	Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)	114
A.12	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)	115
A.13	Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)	117
A.14	Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)	118
A.15	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)	119
A.16	Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)	121
A.17	Valores próprios e variância explicada – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)	123
A.18	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)	124

A.19	Matriz de correlações – ACP Ridits (ISE)	127
A.20	Valores próprios e variância explicada – ACP Ridits (ISE)	129
A.21	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (ISE)	130
A.22	Matriz de correlações – ACP Ordem média (ISE)	133
A.23	Valores próprios e variância explicada – ACP Ordem média (ISE) . . .	135
A.24	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (ISE)	136
A.25	Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)	139
A.26	Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)	141
A.27	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)	142
A.28	Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)	145
A.29	Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)	147
A.30	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)	148
B.1	Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (IHCPI)	152
B.2	Valores próprios e variância explicada – ACP Spearman (IHCPI)	153
B.3	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (IHCPI)	154
B.4	Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (ISE)	156
B.5	Valores próprios e variância explicada – ACP Spearman (ISE)	158
B.6	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (ISE)	159
C.1	Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (IHCPI) . . .	163
C.2	Valores próprios e variância explicada – CATPCA (IHCPI)	164
C.3	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (IHCPI)	165
C.4	Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (ISE) . .	167

C.5	Valores próprios e variância explicada – CATPCA (ISE)	169
C.6	Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (ISE)	170
D.1	Valores próprios e variância explicada – AC Duplicação (IHCPI)	174
D.2	Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI)	175
D.3	Valores próprios e variância explicada – AC Duplicação (ISE)	183
D.4	Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE)	184

Lista de Figuras

3.1	Círculo de Correlações	
	Plano da 1ª e 2ª componentes principais	
	ACP (IHCPI)	29
3.2	Círculo de Correlações	
	Plano da 2ª e 3ª componentes principais	
	ACP (IHCPI)	30
3.3	Círculo de Correlações	
	Plano da 1ª e 2ª componentes principais	
	ACP (ISE)	34
3.4	Círculo de Correlações	
	Plano da 3ª e 4ª componentes principais	
	ACP (ISE)	35
3.5	Círculo de Correlações	
	Plano da 1ª e 2ª componentes principais	
	CATPCA (IHCPI)	54
3.6	Círculo de Correlações	
	Plano da 2ª e 3ª componentes principais	
	CATPCA (IHCPI)	55
3.7	Círculo de Correlações	
	Plano da 1ª e 2ª componentes principais	
	CATPCA (ISE)	58
3.8	Círculo de Correlações	
	Plano da 3ª e 4ª componentes principais	
	CATPCA (ISE)	59

4.1	Representação gráfica das questões	
	Plano do 1 ^o e 2 ^o fatores	
	AC Duplicação (IHCPI)	73
4.2	Representação gráfica das questões	
	Plano do 1 ^o e 2 ^o fatores	
	AC Duplicação (ISE)	76
4.3	Representação gráfica das questões	
	Plano do 3 ^o e 4 ^o fatores	
	AC Duplicação (ISE)	77

Capítulo 1

Introdução

As variáveis consideradas nos estudos estatísticos podem ser de diferentes tipos. Com efeito, elas assumem valores que têm determinadas características de interesse e podem ser classificadas como *qualitativas* ou *quantitativas*, se apenas considerarmos a sua natureza. Uma variável pode ser uma quantidade, sobre a qual podem ser realizadas operações aritméticas, ou pode ser um atributo como a cor da pele, o estado civil, o grau de preferência ou a classe social. No primeiro caso, a variável é classificada como quantitativa e no segundo como qualitativa (Maroco, 2011). As variáveis *quantitativas* podem ser discretas ou contínuas. No caso das primeiras, o conjunto dos valores possíveis da variável é finito, como por exemplo o número de defeituosos num lote de 50 unidades de produto (que pode assumir valores no conjunto $\{0, 1, 2, \dots, 50\}$), ou infinito numerável, como por exemplo o número diário de assaltos numa cidade (que pode assumir valores no conjunto $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$). A segunda subclassificação ocorre nos casos em que a variável pode assumir valores num intervalo contínuo, pelo que o conjunto desses valores é infinito não numerável. A variável idade, por exemplo, é uma variável contínua, se for medida com bastante precisão, pois um indivíduo pode apresentar 32.1023 anos de idade e dificilmente dois indivíduos terão idades iguais. As variáveis que não são quantitativas são classificadas como *qualitativas*. Os valores que estas podem assumir são normalmente chamados de categorias, modalidades ou níveis. No caso de não existir uma ordem das categorias, estamos perante uma variável *nominal*. Caso contrário, se existir uma ordenação, a variável diz-se *ordinal*. É importante salientar que tal ordenação é natural, conforme se verifica por exemplo com a classe social (*baixa* < *média* < *alta*).

Os valores associados a cada variável podem ser classificados em escalas de medida

que expressam a quantidade ou a qualidade dos dados. Assim, as variáveis *quantitativas* podem ser medidas numa escala intervalar ou de razão. Uma variável de *escala intervalar*, além de ordenar as unidades quanto à característica mensurada, possui uma unidade de medida constante, mas a origem (ponto zero) dessa escala é arbitrária. Os exemplos mais comuns da escala intervalar são as escalas *Celsius* e *Fahrenheit*, usadas para medir a temperatura, pois esta assume valores *quantitativos* e podemos afirmar que uma temperatura de 10°C é inferior a uma temperatura de 20°C mas, no entanto, não podemos afirmar que um valor num intervalo específico da escala é múltiplo de outro, ou seja, não podemos dizer que um objeto à temperatura de 20°C está duas vezes mais quente do que um a 10°C . Este tipo de escala não possui uma medida de ausência do atributo (zero absoluto). A *escala intervalar* ordena os valores de acordo com o grau em que possuem um dado atributo e os intervalos ao longo da escala são iguais. Uma variável de *escala de razão* ordena as unidades quanto à característica mensurada, possui uma unidade de medida constante e uma origem, ou ponto zero, única. Existe uma relação exata entre os valores assumidos pela variável. O peso ou a altura são exemplos de escala de medida de razão. Podemos afirmar neste caso que um indivíduo que pese 100kg é duas vezes mais pesado do que um indivíduo que pese 50kg. Como a própria designação sugere, razões iguais entre valores da escala de razão correspondem a razões iguais entre as unidades mensuradas.

As variáveis *qualitativas* ou *categóricas* utilizam uma escala de medida composta por um conjunto de categorias, podendo esta *escala ser nominal* (não pressupõe a ordenação das categorias) ou *ordinal* (as categorias encontram-se ordenadas), conforme já foi referido (Agresti, 2002). Uma variável de escala nominal classifica as unidades em modalidades ou categorias quanto à característica que representa, não estabelecendo qualquer relação de grandeza ou ordem. É denominada nominal porque duas categorias quaisquer diferenciam-se apenas pelo nome. Exemplos deste tipo de variáveis e respetivas escalas (entre parêntesis) são: o estado civil (solteiro, casado, divorciado, união de facto, viúvo), tipo de música favorita (clássica, jazz, rock, outra) e o sexo (masculino ou feminino). Uma variável de escala ordinal classifica as unidades em modalidades ou categorias quanto à característica que representa, estabelecendo uma relação de ordem entre as unidades pertencentes a categorias distintas, ou seja, pressupõe uma escala categórica ordenada. A escala ordinal é uma escala de ordenação, designando uma posição relativa das categorias segundo uma determinada direção. As escalas ordinais são muito usadas nas Ciências Sociais tendo em vista medir atitudes e opiniões como, por exemplo, a opinião sobre casamento entre pessoas do mesmo sexo (discordante, sem

opinião, concordante) ou a frequência de ida a espetáculos culturais (nunca, raramente, ocasionalmente, frequentemente). Na Medicina também são usadas com frequência para, por exemplo, descrever o tipo de dor (indolor, suave, intensa) e o grau de uma doença (I, II, III). São ainda extensíveis a áreas como as Ciências Comportamentais (por exemplo, categorização de tipos de doenças mentais: esquizofrenia, neurose e depressão), no Marketing (por exemplo, indicação da preferência sobre determinada marca de um produto: Marca A, Marca B ou Marca C), na Engenharia, em áreas como o controlo de qualidade, ou seja sempre que um item é classificado de acordo com determinadas categorias (Agresti, 2007). Em diversos campos, as escalas ordinais resultam ainda da sumarização dos possíveis valores de variáveis contínuas num conjunto de classes. Exemplos são o IMC (Índice de Massa Corporal) medido como <18.5 , $18.5-24.9$, $25-29.9$, ≥ 30 , para magreza, peso normal, excesso de peso, obeso, e a tensão arterial medida como <120 , $120-139$, $140-159$, ≥ 160 , para normal, pré-hipertensão, hipertensão de grau I, hipertensão de grau II. No caso das escalas ordinais, ao contrário das escalas intervalares, existe uma ordem clara das categorias, desconhecendo-se no entanto a distância absoluta entre as mesmas. No exemplo da dor medida nas categorias indolor, suave, intensa, estamos perante uma variável ordinal na medida em que a pessoa que refere uma dor suave sente mais dor do que a pessoa que indica indolor mas, no entanto, não temos referência a qualquer medida numérica que indique uma diferença entre estes dois níveis (Agresti, 2010). Em resumo, a mais simples e limitada das escalas é a escala nominal porque permite apenas a identificação das categorias. Em seguida, tem-se a escala ordinal, que permite ordenar os diferentes níveis das categorias. De maior alcance, tem-se a escala intervalar, que permite o posicionamento de valores em relação a um ponto arbitrário e finalmente, a mais poderosa de todas as escalas é a escala de razão, uma vez que permite a comparação de valores em termos absolutos. Existe ainda a possibilidade de dados que foram registados num determinado tipo de escala numérica serem transformados em dados de outro tipo de escala, desde que para esse efeito se respeite a hierarquia e os atributos básicos de cada uma. Assim, os dados de uma escala de razão podem ser transformados em dados intervalares, os intervalares podem ser transformados em ordinais e os ordinais podem ser transformados em nominais. Tais transformações envolvem, necessariamente, alguma perda de informação.

A natureza das variáveis qualitativas ordinais levanta problemas específicos. Conforme referido anteriormente, uma escala ordinal mede atributos que se distinguem em grau ou intensidade, indica relações do tipo “maior/menor do que” e estabelece uma hierarquia entre as modalidades ou categorias, definindo um sentido de orientação. O

maior problema da escala ordinal está na impossibilidade desta comparar as variações de intensidade entre as suas diversas modalidades e essa limitação implica outras, nomeadamente o facto de se desconhecer a distância entre essas modalidades e a inexistência de um zero absoluto, ou seja, uma modalidade que indique ausência de todo o conteúdo inerente à grandeza medida pela escala. A própria definição da escala implica determinar a melhor solução para duas questões problemáticas: a escolha do número c de categorias e a determinação dos limites ou pontos de corte de cada uma das classes ou intervalos quando se pretende categorizar variáveis quantitativas. A controvérsia e o problema de mensuração das variáveis ordinais resume-se à dificuldade em determinar a escala e à subjetividade inerente a esta (Kampen e Swyngedouw, 2000). Na elaboração de um inquérito, a semântica escolhida na definição das categorias para cada variável e o significado atribuído por quem as define pode não ser o mesmo de quem vai responder.

A natureza destas variáveis apresenta portanto características próprias que têm de ser consideradas no tratamento de dados, não devendo ser utilizadas as técnicas desenvolvidas para dados quantitativos. Tendo isso em conta, pretende-se efetuar uma análise multivariada de dados descritos por este tipo de variáveis, para o que irão ser consideradas três formas principais de abordagem:

- Cálculo de valores numéricos (quantificações) para as categorias, pela atribuição de números inteiros a estas ou através da utilização das frequências absolutas ou relativas das observações. Estes procedimentos permitem dispor de dados quantitativos que depois podem ser analisados com as técnicas apropriadas para dados deste tipo (Agresti, 2010; Bross, 1958; Leal e Maroco, 2010; Maroco, 2011), tal como será feito no capítulo seguinte.
- Análise em Componentes Principais (ACP) que permite resumir (condensar) a informação contida num conjunto de variáveis quantitativas intercorrelacionadas num conjunto menor de variáveis não correlacionadas, as componentes principais, perdendo o mínimo possível de informação (Lavado, 2004; Maroco, 2011; Rodrigues, 2007). Consideram-se três alternativas: a Análise em Componentes Principais Linear utilizando as quantificações obtidas no capítulo anterior para as categorias das variáveis, o recurso ao coeficiente de correlação de Spearman, apropriado para variáveis ordinais (Maroco, 2011), e a Análise em Componentes Principais Categórica, que procede à quantificação das categorias e, em simultâneo, realiza a Análise em Componentes Principais pretendida (De Leeuw, 2005; Lavado, 2004; Linting *et al.*, 2007; Meulman, 1992; Meulman, Kooij e Heiser, 2004).

- Análise das Correspondências (AC), cujo principal objetivo é o estudo das relações entre as categorias de variáveis qualitativas num espaço de menor dimensão de forma a identificar nesta dimensão a existência de padrões subjacentes (Benzécri, 1969, 1973; Escofier, 2003; Lebart, Morineau e Piron, 1995; Le Roux e Rouanet, 2010). Consideram-se duas variantes: a Análise das Correspondências Simples com Duplicação de Variáveis, desenvolvida para conseguir ter em conta a ordenação das categorias encontrada nas variáveis ordinais (Benzécri, 1973; Le Roux, 2014) e a Análise das Correspondências Múltiplas (ACM) por ser uma generalização da primeira e para comprovar que não é apropriada para este tipo de variáveis (Escofier e Pagès, 1998; Lebart, Morineau e Piron, 1995).

Os diferentes métodos serão aplicados a dois conjuntos de dados ordinais:

- Inquérito de opinião sobre hábitos de consumo da população idosa (IHCPI) – A fonte dos dados é Lemos (2013) e a respetiva base é composta por 133 indivíduos com mais de 60 anos dos concelhos de Lisboa e Matosinhos que foram inquiridos sobre as motivações pelas quais vão às compras, classificando o nível de importância de várias motivações de acordo com a escala “Nenhuma”, “Pouca”, “Alguma”, “Bastante” e “Muita”. A Tabela (1.1) apresenta o conjunto de questões que compõem a parte do questionário que irá ser utilizada.

Tabela 1.1: Questionário sobre hábitos de consumo da população idosa (IHCPI)

	Vou às compras para:
1	Comprar algo novo para substituir algo antigo
2	Criar uma nova “imagem” para mim e para a minha casa
3	Sentir-me um pioneiro comprando produtos inovadores
4	Comprar com cautela, de modo a cumprir com as responsabilidades familiares
5	Conseguir encontrar uma verdadeira pechincha
6	Fazer comparações de modo a encontrar a melhor relação qualidade/preço
7	Negociar com o vendedor o preço de um produto
8	Obter um desconto num produto com defeito
9	Encontrar exatamente o que procuro
10	Encontrar o que procuro, no mínimo tempo possível
11	Ir às compras com pessoas com gostos semelhantes aos meus
12	Falar e trocar opiniões com o vendedor e outros clientes
13	Fazer da ida às compras um passeio com alguém conhecido
14	Ser atendido/a por um vendedor que procura agradar
15	Ter um funcionário a apresentar os produtos para a minha escolha
16	Ouvir música e ver animações alusivas a uma campanha do estabelecimento
17	Experimentar uma amostra de um produto ou passar pelo espaço de livraria

- Inquérito social europeu (ISE) – A fonte dos dados é o *European Social Survey* administrado em cerca de 30 países europeus em 2012 pela *European Research Infrastructure* (ERIC) com o objetivo de avaliar o sucesso dos países europeus na promoção do bem estar social dos seus cidadãos. Este inquérito abrange um conjunto muito variado de questões que incidem essencialmente sobre a avaliação e compreensão da democracia e do bem estar pessoal e social (<http://www.europeansocialsurvey.org/>). Desta base de dados, foram selecionadas 21 questões relativas aos valores humanos dos cidadãos e 77 indivíduos portugueses do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 40 e os 45 anos. As questões incidem sobre o grau de semelhança com o respondente e utilizam uma escala ordinal de 6 categorias “Exatamente como eu”, “Muito parecido comigo”, “Parecido comigo”, “Um bocadinho parecido comigo”, “Nada parecido comigo” e “Não tem nada a ver comigo”. A Tabela (1.2) apresenta o conjunto de questões que compõem a parte do questionário que irá ser utilizada.

Tabela 1.2: Questionário sobre valores humanos dos cidadãos portugueses (ISE)

	Indique em que medida as seguintes caraterísticas são parecidas consigo:
1	Um homem que dá importância a ter novas ideias e ser criativo. Gosta de fazer as coisas à sua maneira.
2	Um homem para quem é importante ser rico. Quer ter muito dinheiro e coisas caras.
3	Um homem que acha importante que todas as pessoas no mundo sejam tratadas igualmente. Acredita que todos devem ter as mesmas oportunidades na vida.
4	Um homem que dá muita importância a poder mostrar as suas capacidades. Quer que as pessoas admirem o que faz.
5	Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco.
6	Um homem que gosta de surpresas e está sempre à procura de coisas novas para fazer. Acha que é importante fazer muitas coisas diferentes na vida.

Questionário sobre valores humanos dos cidadãos portugueses (ISE) (cont.)

	Indique em que medida as seguintes caraterísticas são parecidas consigo:
7	Um homem que acha que as pessoas devem fazer o que lhes mandam. Acha que as pessoas devem cumprir sempre as regras mesmo quando ninguém está a ver.
8	Um homem para quem é importante ouvir pessoas diferentes de si. Mesmo quando discorda de alguém continua a querer compreender essa pessoa.
9	Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar a atenção sobre si.
10	Um homem para quem é importante passar bons momentos. Gosta de tratar bem de si.
11	Um homem para quem é importante tomar as suas próprias decisões sobre o que faz. Gosta de ser livre e não estar dependente dos outros.
12	Um homem para quem é importante ajudar os que o rodeiam. Preocupa-se com o bem-estar dos outros.
13	Um homem para quem é importante ter sucesso. Gosta de receber o reconhecimento dos outros.
14	Um homem para quem é importante que o Governo garanta a sua segurança, contra todas as ameaças. Quer que o Estado seja forte, de modo a poder defender os cidadãos.
15	Um homem que procura a aventura e gosta de correr riscos. Quer ter uma vida emocionante.

Questionário sobre valores humanos dos cidadãos portugueses (ISE) (cont.)

	Indique em que medida as seguintes características são parecidas consigo:
16	Um homem para quem é importante portar-se sempre como deve ser. Evita fazer coisas que os outros digam que é errado.
17	Um homem para quem é importante que os outros lhe tenham respeito. Quer que as pessoas façam o que ele diz.
18	Um homem para quem é importante ser leal para com os amigos. Dedicar-se às pessoas que lhe são próximas.
19	Um homem que acredita seriamente que as pessoas devem proteger a natureza. Proteger o ambiente é importante para ele.
20	Um homem que dá importância à tradição. Faz tudo o que pode para agir de acordo com a sua religião e a sua família.
21	Um homem que procura aproveitar todas as oportunidades para se divertir. É importante para ele fazer coisas que lhe dão prazer.

Os respetivos resultados serão comparados, analisando as suas semelhanças ou diferenças e destacando o que cada um evidencia, de modo a concluir sobre o seu desempenho no tratamento de dados de variáveis qualitativas ordinais.

Esta dissertação desenvolve-se ao longo de cinco capítulos. Após esta introdução, são abordados no capítulo seguinte diferentes métodos de quantificação das categorias. O terceiro capítulo incide sobre Análise em Componentes Principais, começando por se descrever a ACP Linear. Esta é em seguida efetuada utilizando as diferentes quantificações calculadas no capítulo anterior. O recurso ao coeficiente de correlação de Spearman para realizar uma ACP com base nas variáveis originais é também considerado. Por fim, apresenta-se ainda a Análise em Componentes Principais Categórica. O quarto capítulo trata a Análise das Correspondências, apresentando-se inicialmente a AC Simples, a que se segue a AC com Duplicação de Variáveis e, por último, descreve-se ainda a Análise das Correspondências Múltiplas. Após a apresentação de cada método, são efetuadas aplicações aos dois conjuntos de dados. Finalmente, no quinto capítulo são sintetizadas as principais conclusões, destacando-se a comparação entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos.

Capítulo 2

Quantificação das Categorias Através do Cálculo de Pontuações

2.1 Introdução

Uma primeira abordagem ao tratamento de dados qualitativos ordinais consiste em proceder à quantificação das suas categorias, ou seja, à atribuição de valores numéricos a estas, permitindo assim dispor de dados quantitativos a que podem em seguida ser aplicados os métodos apropriados para tratar esse tipo de dados. É fundamental ter em consideração que nem todas as técnicas de quantificação de categorias de variáveis qualitativas devem ser utilizadas, uma vez que a natureza ordinal das variáveis tem que ser tida em conta, o que significa que a ordenação das categorias tem de se encontrar refletida no conjunto dos valores numéricos obtidos. Neste capítulo são abordados os principais métodos de quantificação, seguindo-se uma aplicação destes aos dois conjuntos de dados referidos.

2.2 Métodos de Quantificação

Seja \mathbf{X} a matriz de dados de dimensão $(n \times p)$, o que significa que se dispõe de n indivíduos e p variáveis qualitativas ordinais X_1, X_2, \dots, X_p , em que a variável X_j assume um número c_j de categorias ($j = 1, \dots, p$). As quantificações (ou pontuações) são utilizadas para descrever dados ordinais e são ordenadas de acordo com as categorias, ou seja, $\nu_1 < \nu_2 < \dots < \nu_{c_j}$ para X_j . Os principais tipos de quantificações para categorias ordinais são:

- Números inteiros ordenados (Agresti, 2010; Maroco, 2011) – atribuir arbitrariamente números inteiros ordenados às categorias. No entanto, diferentes números podem levar a diferentes conclusões. Além disso, as diferenças entre os números implicam admitir que se conhecem as distâncias entre categorias. Por exemplo, se atribuirmos as quantificações $(1, 2, 3)$ às categorias, no caso de existirem três categorias, está-se a admitir distâncias iguais entre as categorias o que pode não ser verdade, ou pode nem ser possível determinar essas distâncias. Outra solução frequentemente adotada é, definindo uma categoria neutra ou central (de acordo com a ordenação das categorias), atribuir a quantificação 0 a essa categoria neutra e atribuir os inteiros negativos e positivos às categorias que lhe estão à esquerda e à direita respetivamente. No exemplo anterior, as quantificações seriam $(-1, 0, 1)$. Um dos tipos de escala mais utilizado é a escala de Likert onde o número de categorias é normalmente ímpar, existindo uma categoria neutra, central, sendo as restantes categorias simétricas em relação a essa. Supondo por exemplo uma escala de cinco categorias, as quantificações seriam $(-2, -1, 0, 1, 2)$, sendo também frequente usar-se $(1, 2, 3, 4, 5)$.

- Índice (Leal e Maroco, 2010) – atribuir às categorias da variável X_j números naturais b_{k_j} ($k_j = 1, 2, \dots, c_j$) a começar em 0 e calcular um índice $\nu_{I_{k_j}}$ com valores entre 0 e 100:

$$\nu_{I_{k_j}} = \frac{b_{k_j}}{\max(b_{k_j})} \times 100. \quad (2.1)$$

Outra alternativa é recorrer à utilização dos próprios dados para determinação das quantificações:

- Ridits (Bross, 1958) – proporção acumulada média. Sendo as proporções amostrais p_{k_j} , a proporção acumulada média na categoria k_j é

$$\nu_{r_{k_j}} = \sum_{s=1}^{k_j-1} p_s + \frac{1}{2}p_{k_j} \quad k_j = 1, 2, \dots, c_j \quad (2.2)$$

ou seja, a proporção dos indivíduos nas categorias anteriores à categoria k_j mais metade da proporção da categoria k_j .

- Ordem média (Agresti, 2010) – média das ordens que seriam atribuídas às observações numa categoria se elas pudessem ser ordenadas sem empates. A ordem

média na categoria k_j com n_{k_j} observações é dada por

$$\nu_{m_{k_j}} = \frac{\sum_{s=1}^{k_j-1} n_s + 1 + \sum_{s=1}^{k_j} n_s}{2}. \quad (2.3)$$

Enquanto as quantificações de ordem média tomam valores entre 1 e n , o número total de observações, os *ridits* tomam valores entre 0 e 1. A relação linear entre eles é (Agresti, 2010)

$$\nu_{m_{k_j}} = n\nu_{r_{k_j}} + 0.5; \quad \nu_{r_{k_j}} = \frac{\nu_{m_{k_j}} - 0.5}{n}. \quad (2.4)$$

- Quantis da distribuição Normal (Agresti, 2010) – quando as categorias representam uma partição em intervalos de possíveis valores de uma variável contínua não observada, que se admite ter distribuição Normal, então as quantificações podem ser

$$\nu_{N_{k_j}}^{(r)} = \Phi^{-1} \left(\nu_{r_{k_j}} \right) \quad (2.5)$$

onde $\nu_{r_{k_j}}$ é o *ridit* da categoria k_j , Φ representa a Função de Distribuição da Normal Estandarizada e $\Phi^{-1}(x)$ é o quantil desta distribuição cuja probabilidade acumulada é x . Da mesma forma, uma quantificação baseada na ordem média é

$$\nu_{N_{k_j}}^{(m)} = \Phi^{-1} \left(\frac{\nu_{m_{k_j}}}{n+1} \right). \quad (2.6)$$

É importante sublinhar que todas as quantificações obtidas seguem a ordenação das categorias da variável original, cumprindo assim um requisito exigível a qualquer método. No entanto, os dois primeiros (Números inteiros ordenados e Índice) atribuem sempre a mesma distância a quaisquer duas categorias consecutivas sejam quais forem as observações, não sendo baseados nestas. Por exemplo, no Inquérito de opinião sobre hábitos de consumo da população idosa referido anteriormente, a distância entre “Nenhuma” e “Pouca” é igual à distância entre “Bastante” e “Muita” para qualquer conjunto de dados, o que parece ser arbitrário e pouco realista ou, pelo menos, muito discutível. Nos restantes métodos, os valores são calculados a partir dos dados e procuram refletir a distribuição destes mas, no entanto, esses valores podem não refletir a escala subjacente de uma forma realista (Agresti, 2010). Continuando com o mesmo exemplo, é possível que a distância entre as quantificações de “Nenhuma” e “Alguma” seja inferior

à distância entre as de “Alguma” e “Bastante”, o que também parece pouco adequado.

2.3 Aplicações

Após a descrição dos diferentes métodos de quantificação das categorias, procede-se agora à sua aplicação aos dois conjuntos de dados apresentados anteriormente.

2.3.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Relembre-se que este conjunto de dados é constituído por um inquérito sobre as motivações pelas quais os idosos vão às compras, classificando o nível de importância de dezassete afirmações de acordo com a escala “Nenhuma”, “Pouca”, “Alguma”, “Bastante” e “Muita” (Tabela 1.1).

Portanto, esta escala constitui uma variável qualitativa ordinal onde as categorias são ordenadas por ordem crescente de acordo com o seu nível de importância. Consequentemente, os métodos para quantificação das categorias descritos anteriormente podem ser aplicados. Os resultados obtidos por cada método são apresentados abaixo, calculando-se nesta fase as quantificações que serão utilizadas no capítulo seguinte. Note-se que, conforme referido anteriormente, essas quantificações crescem com o nível de importância das categorias, respeitando a ordenação destas, conforme é exigível. Verifica-se também que os dois primeiros métodos atribuem de facto a mesma distância a categorias consecutivas. Além disso, na questão 4, por exemplo, os valores dos *ridits* e da ordem média das categorias “Nenhuma” e “Alguma” estão mais próximos do que os valores desta última e de “Bastante”, o que também parece ser muito discutível.

Tabela 2.1: Quantificação das categorias
Números inteiros ordenados (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1 a 17	1	2	3	4	5

Tabela 2.2: Quantificação das categorias
Índice (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1 a 17	0	25	50	75	100

Tabela 2.3: Quantificação das categorias
Ridits (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1	0.038	0.192	0.436	0.624	0.842
2	0.079	0.241	0.466	0.684	0.880
3	0.154	0.402	0.575	0.733	0.906
4	0.004	0.023	0.113	0.353	0.759
5	0.034	0.113	0.282	0.575	0.872
6	0.011	0.045	0.135	0.376	0.774
7	0.229	0.556	0.722	0.857	0.962
8	0.282	0.643	0.786	0.887	0.962
9	0.004	0.015	0.117	0.357	0.752
10	0.015	0.049	0.180	0.429	0.782
11	0.124	0.323	0.485	0.695	0.910
12	0.086	0.282	0.508	0.752	0.940
13	0.180	0.425	0.575	0.767	0.936
14	0.045	0.143	0.320	0.609	0.887
15	0.045	0.165	0.406	0.703	0.917
16	0.150	0.425	0.628	0.801	0.947
17	0.056	0.165	0.395	0.692	0.906

Tabela 2.4: Quantificação das categorias
Ordem média (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1	5.5	26.0	58.5	83.5	112.5
2	11.0	32.5	62.5	91.5	117.5
3	21.0	54.0	77.0	98.0	121.0
4	1.0	3.50	15.5	47.5	101.5
5	5.0	15.5	38.0	77.0	116.5
6	2.0	6.5	18.50	50.5	103.5
7	31.0	74.5	96.5	114.5	128.5
8	38.0	86.0	105.0	118.5	128.5
9	1.0	2.50	16.0	48.0	100.5
10	2.5	7.0	24.5	57.5	104.5
11	17.0	43.5	65.0	93.0	121.5
12	12.0	38.0	68.0	100.5	125.5
13	24.5	57.0	77.0	102.5	125.0
14	6.5	19.5	43.0	81.5	118.5
15	6.5	22.5	54.5	94.0	122.5
16	20.5	57.0	84.0	107.0	126.5
17	8.0	22.5	53.0	92.5	121.0

Tabela 2.5: Quantificação das categorias
Quantis distribuição Normal Ridits (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1	-1.779	-0.872	-0.161	0.316	1.003
2	-1.412	-0.704	-0.085	0.480	1.173
3	-1.019	-0.248	0.190	0.622	1.317
4	-2.673	-2.004	-1.212	-0.376	0.704
5	-1.827	-1.212	-0.577	0.190	1.137
6	-2.281	-1.694	-1.102	-0.316	0.754
7	-0.741	0.142	0.588	1.068	1.779
8	-0.577	0.366	0.792	1.212	1.779
9	-2.673	-2.169	-1.192	-0.366	0.680
10	-2.169	-1.656	-0.914	-0.180	0.779
11	-1.155	-0.458	-0.038	0.511	1.339
12	-1.363	-0.577	0.019	0.680	1.554
13	-0.914	-0.190	0.190	0.729	1.523
14	-1.694	-1.068	-0.469	0.277	1.212
15	-1.694	-0.972	-0.238	0.533	1.387
16	-1.035	-0.190	0.326	0.844	1.620
17	-1.586	-0.972	-0.267	0.501	1.317

Tabela 2.6: Quantificação das categorias
Quantis dist. Normal Ordem média (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1	-1.739	-0.863	-0.160	0.314	0.993
2	-1.391	-0.698	-0.084	0.476	1.159
3	-1.008	-0.246	0.188	0.617	1.299
4	-2.434	-1.941	-1.197	-0.373	0.698
5	-1.783	-1.197	-0.572	0.188	1.124
6	-2.172	-1.660	-1.089	-0.314	0.747
7	-0.734	0.141	0.583	1.056	1.739
8	-0.572	0.363	0.784	1.197	1.739
9	-2.434	-2.082	-1.178	-0.363	0.674
10	-2.082	-1.624	-0.905	-0.179	0.772
11	-1.141	-0.455	-0.037	0.507	1.321
12	-1.344	-0.572	0.019	0.674	1.527
13	-0.905	-0.188	0.188	0.722	1.497
14	-1.660	-1.056	-0.465	0.275	1.197
15	-1.660	-0.962	-0.236	0.529	1.367
16	-1.024	-0.188	0.324	0.836	1.590
17	-1.557	-0.962	-0.265	0.497	1.299

2.3.2 Inquérito social europeu

Relembre-se que este conjunto de dados é constituído por um inquérito sobre os valores humanos dos cidadãos, classificando o grau de semelhança com o respondente a partir de uma escala ordinal de seis categorias “Exatamente como eu”, “Muito parecido comigo”, “Parecido comigo”, “Um bocadinho parecido comigo”, “Nada parecido comigo” e “Não tem nada a ver comigo” (Tabela 1.2). As quantificações das categorias pelos diferentes métodos são apresentadas nas tabelas seguintes.

Tabela 2.7: Quantificação das categorias
Números inteiros ordenados (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um bocadinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1 a 21	1	2	3	4	5	6

Tabela 2.8: Quantificação das categorias
Índice (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1 a 21	0	20	40	60	80	100

Tabela 2.9: Quantificação das categorias
Ridits (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1	0.097	0.338	0.669	0.916	0.987	1.000
2	0.019	0.091	0.266	0.558	0.825	0.961
3	0.091	0.364	0.740	0.955	0.987	1.000
4	0.065	0.279	0.623	0.890	0.981	1.000
5	0.091	0.351	0.682	0.903	0.981	1.000
6	0.052	0.266	0.565	0.825	0.974	1.000
7	0.026	0.182	0.487	0.734	0.883	0.981
8	0.071	0.318	0.675	0.922	0.994	1.000
9	0.052	0.227	0.526	0.818	0.961	0.994
10	0.071	0.286	0.604	0.864	0.974	1.000
11	0.110	0.390	0.727	0.942	0.994	1.000
12	0.052	0.292	0.656	0.903	0.981	0.994
13	0.045	0.247	0.591	0.877	0.987	1.000
14	0.084	0.318	0.656	0.922	1.000	1.000
15	0.006	0.104	0.286	0.552	0.838	0.974
16	0.052	0.247	0.552	0.799	0.942	1.000
17	0.058	0.318	0.656	0.870	0.974	1.000
18	0.084	0.351	0.688	0.916	0.994	1.000
19	0.071	0.331	0.688	0.922	0.994	1.000
20	0.006	0.156	0.513	0.805	0.922	0.981
21	0.026	0.182	0.494	0.799	0.948	0.987

Tabela 2.10: Quantificação das categorias
Ordem média (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1	8.0	26.5	52.0	71.0	76.5	77.5
2	2.0	7.5	21.0	43.5	64.0	74.5
3	7.5	28.5	57.5	74.0	76.5	77.5
4	5.5	22.0	48.5	69.0	76.0	77.5
5	7.5	27.5	53.0	70.0	76.0	77.5
6	4.5	21.0	44.0	64.0	75.5	77.5
7	2.5	14.5	38.0	57.0	68.5	76.0
8	6.0	25.0	52.5	71.5	77.0	77.5
9	4.5	18.0	41.0	63.5	74.5	77.0
10	6.0	22.5	47.0	67.0	75.5	77.5
11	9.0	30.5	56.5	73.0	77.0	77.5
12	4.5	23.0	51.0	70.0	76.0	77.0
13	4.0	19.5	46.0	68.0	76.5	77.5
14	7.0	25.0	51.0	71.5	77.5	77.5
15	1.0	8.5	22.5	43.0	65.0	75.5
16	4.5	19.5	43.0	62.0	73.0	77.5
17	5.0	25.0	51.0	67.5	75.5	77.5
18	7.0	27.5	53.5	71.0	77.0	77.5
19	6.0	26.0	53.5	71.5	77.0	77.5
20	1.0	12.5	40.0	62.5	71.5	76.0
21	2.5	14.5	38.5	62.0	73.5	76.5

Tabela 2.11: Quantificação das categorias
Quantis distribuição Normal Ridits (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1	-1.296	-0.419	0.437	1.376	2.227	5.199
2	-2.065	-1.335	-0.624	0.147	0.933	1.763
3	-1.335	-0.349	0.644	1.691	2.227	5.199
4	-1.515	-0.585	0.314	1.224	2.065	5.199
5	-1.335	-0.384	0.473	1.296	2.065	5.199
6	-1.626	-0.624	0.163	0.933	1.944	5.199
7	-1.944	-0.908	-0.033	0.624	1.191	2.065
8	-1.465	-0.473	0.455	1.419	2.484	5.199
9	-1.626	-0.748	0.065	0.908	1.763	2.484
10	-1.465	-0.566	0.263	1.097	1.944	5.199
11	-1.224	-0.280	0.605	1.568	2.484	5.199
12	-1.626	-0.547	0.401	1.296	2.065	2.484
13	-1.691	-0.685	0.230	1.158	2.227	5.199
14	-1.376	-0.473	0.401	1.419	5.199	5.199
15	-2.484	-1.260	-0.566	0.131	0.985	1.944
16	-1.626	-0.685	0.131	0.837	1.568	5.199
17	-1.568	-0.473	0.401	1.127	1.944	5.199
18	-1.376	-0.384	0.491	1.376	2.484	5.199
19	-1.465	-0.437	0.491	1.419	2.484	5.199
20	-2.484	-1.012	0.033	0.860	1.419	2.065
21	-1.944	-0.908	-0.016	0.837	1.626	2.227

Tabela 2.12: Quantificação das categorias
Quantis da dist. Normal Ordem média (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1	-1.267	-0.413	0.431	1.342	2.070	2.489
2	-1.949	-1.304	-0.615	0.145	0.917	1.697
3	-1.304	-0.344	0.635	1.633	2.070	2.489
4	-1.472	-0.577	0.310	1.198	1.949	2.489
5	-1.304	-0.378	0.466	1.267	1.949	2.489
6	-1.574	-0.615	0.161	0.917	1.851	2.489
7	-1.851	-0.893	-0.032	0.615	1.166	1.949
8	-1.426	-0.466	0.448	1.383	2.232	2.489
9	-1.574	-0.736	0.064	0.893	1.697	2.232
10	-1.426	-0.558	0.260	1.076	1.851	2.489
11	-1.198	-0.277	0.596	1.521	2.232	2.489
12	-1.574	-0.539	0.396	1.267	1.949	2.232
13	-1.633	-0.674	0.227	1.135	2.070	2.489
14	-1.342	-0.466	0.396	1.383	2.489	2.489
15	-2.232	-1.232	-0.558	0.129	0.967	1.851
16	-1.574	-0.674	0.129	0.823	1.521	2.489
17	-1.521	-0.466	0.396	1.105	1.851	2.489
18	-1.342	-0.378	0.484	1.342	2.232	2.489
19	-1.426	-0.431	0.484	1.383	2.232	2.489
20	-2.232	-0.993	0.032	0.846	1.383	1.949
21	-1.851	-0.893	-0.016	0.823	1.574	2.070

Capítulo 3

Análise em Componentes Principais

3.1 Introdução

A Análise em Componentes Principais (ACP) Linear é um método estatístico bastante utilizado quando se pretende analisar dados multivariados. Esta técnica permite transformar um conjunto de variáveis quantitativas intercorrelacionadas num novo conjunto de variáveis não correlacionadas, as componentes principais. O objetivo principal é então o de resumir (condensar) a informação contida no conjunto de variáveis originais num conjunto menor de variáveis perdendo o mínimo possível de informação. A ACP foi primeiramente introduzida por Pearson (1901) e foi desenvolvida por Hotelling (1933) para utilização em Psicometria. Após os anos 50 do século passado, surgiram vários desenvolvimentos (Gower, 1967; Jeffers, 1967; Rao, 1964) e o aparecimento dos computadores veio facilitar a aplicação prática deste método.

Neste capítulo, começa por se descrever a ACP, procedendo-se à sua aplicação aos dois conjuntos de dados já referidos, utilizando as quantificações obtidas no capítulo anterior. Em seguida, efetua-se uma nova ACP com os mesmos dados, desta vez recorrendo ao coeficiente de correlação de Spearman, apropriado para variáveis ordinais. Por fim, introduz-se a ACP categórica (CATPCA) que procede à quantificação das categorias e, em simultâneo, realiza a Análise em Componentes Principais; este método é também aplicado aos mesmos conjuntos de dados.

3.2 Análise em Componentes Principais Linear

Sendo X_1, X_2, \dots, X_p as p variáveis originais observadas para n indivíduos, representa-se por \mathbf{X} a matriz de dados de dimensão $(n \times p)$. A ACP substitui aquelas variáveis por um conjunto de p novas variáveis não correlacionadas entre si Y_1, Y_2, \dots, Y_p , designadas componentes principais, e que são combinações lineares das variáveis originais:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \gamma_{11}X_1 + \gamma_{12}X_2 + \dots + \gamma_{1p}X_p \\ Y_2 &= \gamma_{21}X_1 + \gamma_{22}X_2 + \dots + \gamma_{2p}X_p \\ &\vdots \\ Y_p &= \gamma_{p1}X_1 + \gamma_{p2}X_2 + \dots + \gamma_{pp}X_p \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde γ_{hj} é o peso da variável j na componente principal h ($h, j = 1, \dots, p$) e

$$\gamma_h = \begin{bmatrix} \gamma_{h1} \\ \gamma_{h2} \\ \vdots \\ \gamma_{hp} \end{bmatrix}.$$

Dispondo de n indivíduos, a h -ésima ($h = 1, \dots, p$) componente principal é

$$\mathbf{y}_h = \begin{bmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \\ \vdots \\ y_{nh} \end{bmatrix}.$$

As componentes principais explicam a variância total das variáveis originais de forma repartida e ordenada (Rodrigues, 2007), ou seja, a primeira componente explica mais variância do que a segunda (ou seja, tem variância máxima), a segunda mais do que a terceira (ou seja, maximiza a parte da variância restante) e assim sucessivamente:

$$\text{Var}(Y_1) \geq \text{Var}(Y_2) \geq \dots \geq \text{Var}(Y_p).$$

Impõe-se ainda a restrição de normalização $\gamma'_h \gamma_h = \sum_{j=1}^p \gamma_{hj}^2 = 1$ ($h = 1, \dots, p$), que assegura que as combinações lineares (3.1) sejam únicas. Além disso, as componentes

principais têm média nula e não são correlacionadas entre si (ou seja, são ortogonais), isto é, $\text{Cov}(Y_{h_1}, Y_{h_2}) = 0$ ($h_1, h_2 = 1, \dots, p$; $h_1 \neq h_2$), o que implica, em termos dos parâmetros das combinações lineares (3.1), que $\gamma'_{h_1} \gamma_{h_2} = \gamma_{h_1 1} \gamma_{h_2 1} + \dots + \gamma_{h_1 p} \gamma_{h_2 p} = 0$.

Sendo $[X_1 X_2 \dots X_p]'$ o vetor das variáveis originais, a sua matriz de variâncias e covariâncias é representada por Σ . Tal como foi referido acima, pretende-se que a primeira componente principal tenha variância máxima, ou seja, pretende-se que $\text{Var}(Y_1) = \gamma'_1 \Sigma \gamma_1$ seja máxima, sujeita à restrição $\gamma'_1 \gamma_1 = 1$. A segunda componente é calculada de modo idêntico, ou seja, escolhe-se o vetor γ_2 tal que $\text{Var}(Y_2) = \gamma'_2 \Sigma \gamma_2$ seja máxima sujeita às restrições de normalização $\gamma'_2 \gamma_2 = 1$ e de ortogonalidade relativamente à primeira componente Y_1 , dada por $\gamma'_1 \gamma_2 = 0$ ou, de forma equivalente, por $\text{Cov}(Y_1, Y_2) = \gamma'_1 \Sigma \gamma_2 = 0$. Este processo é repetido até à obtenção de todas as p componentes, não correlacionadas entre si (ortogonais) e com variância decrescente, como foi referido inicialmente.

Para efetuar este cálculo, note-se em primeiro lugar que se está perante um problema de maximização que consiste em determinar o vetor dos pesos γ que maximiza $\gamma' \Sigma \gamma$ sujeito à restrição $\gamma' \gamma = 1$. A solução deste problema pode ser obtida por recurso ao método dos multiplicadores de Lagrange (Maroco, 2011; Sharma, 1996) para

$$(\Sigma - \lambda \mathbf{I}) \gamma = \mathbf{0} \quad \text{sujeito à restrição } \gamma' \gamma = 1$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange, \mathbf{I} é a matriz identidade de dimensão $(p \times p)$ e $\mathbf{0}$ é o vetor nulo de p elementos. A solução deste sistema de equações é obtida a partir da condição $|\Sigma - \lambda \mathbf{I}| = 0$, onde $|\Sigma - \lambda \mathbf{I}|$ é o determinante da matriz $(\Sigma - \lambda \mathbf{I})$. Esta equação pode ainda ser escrita na forma $k_1 \lambda^p + k_2 \lambda^{p-1} + \dots + k_p \lambda + k_{p+1} = 0$ e possui p raízes $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ que são os valores próprios da matriz Σ . Sendo λ_1 o primeiro valor próprio, o vetor próprio correspondente γ_1 (primeiro vetor próprio da matriz Σ) obtém-se através do sistema $(\Sigma - \lambda_1 \mathbf{I}) \gamma_1 = \mathbf{0}$ com $\gamma'_1 \gamma_1 = 1$, de que resulta $\gamma'_1 \Sigma \gamma_1 = \lambda_1$. Conclui-se portanto que a primeira componente principal Y_1 é definida pelo primeiro vetor próprio da matriz Σ e a sua variância é, conforme foi referido anteriormente, $\text{Var}(Y_1) = \gamma'_1 \Sigma \gamma_1 = \lambda_1$. Após a obtenção da primeira componente, passa-se à determinação da segunda por um processo semelhante com a restrição adicional, já indicada acima, da ortogonalidade em relação à primeira. Assim, sendo λ_2 o segundo valor próprio, o vetor próprio correspondente γ_2 obtém-se a partir do sistema $(\Sigma - \lambda_2 \mathbf{I}) \gamma_2 = \mathbf{0}$ com $\gamma'_2 \gamma_2 = 1$ e $\gamma'_1 \gamma_2 = 0$, de que resulta $\gamma'_2 \Sigma \gamma_2 = \lambda_2$. A segunda componente principal é então definida pelo segundo vetor próprio γ_2 e a sua variância é $\text{Var}(Y_2) = \gamma'_2 \Sigma \gamma_2 = \lambda_2$. O cálculo das

restantes componentes segue o mesmo procedimento.

Habitualmente, a análise é feita com as variáveis X_j centradas (subtraídas da média) ou estandardizadas (subtraídas da média e divididas pelo desvio padrão). Neste segundo caso, em vez da matriz de variâncias e covariâncias Σ , utiliza-se a matriz de correlações (Pearson) para o cálculo das componentes principais, uma vez que a matriz de variâncias e covariâncias entre as variáveis estandardizadas coincide com a matriz de correlações entre as variáveis originais X_1, X_2, \dots, X_p .

Os valores das componentes principais designam-se por *principal component scores*, *object scores* ou, simplesmente, *scores* e os vetores γ_h ($h = 1, \dots, p$) são designados por eixos principais. Os coeficientes de correlação de Pearson entre as variáveis iniciais e as componentes principais designam-se por *component loadings* ou *loadings*. Para uma variável X_j e uma componente principal Y_h ($j, h = 1, \dots, p$), este coeficiente é dado por

$$r_{X_j, Y_h} = \frac{\gamma_{hj} \sqrt{\lambda_h}}{s_{X_j}},$$

onde s_{X_j} representa o desvio padrão de X_j . Quando as variáveis são estandardizadas, tem-se

$$r_{X_j, Y_h} = \gamma_{hj} \sqrt{\lambda_h}$$

e, neste caso, r_{X_j, Y_h} é a coordenada de X_j no eixo gerado pelo vetor unitário $Y_h / \sqrt{\lambda_h}$. Uma vez que as componentes principais são ortogonais, é possível representar X_j no plano $[Y_{h_1}, Y_{h_2}]$ de duas quaisquer componentes ($h_1, h_2 = 1, \dots, p$; $h_1 \neq h_2$). Consequentemente, para dados estandardizados, as variáveis são representadas num círculo de centro 0 e raio 1, designado por círculo de correlações.

A qualidade de representação de X_j na componente principal Y_h é medida pelo quadrado do cosseno do ângulo formado por estas, dado por

$$\cos^2 \theta_{hj} = r_{X_j, Y_h}^2.$$

Esta medida é também designada por contribuição relativa da componente Y_h para a variável X_j . A qualidade de representação é geralmente considerada boa quando $\cos^2 \theta_{hj} \geq 0.5$. Por sua vez, a qualidade de representação de X_j no plano $[Y_{h_1}, Y_{h_2}]$ é medida pelo quadrado do cosseno do ângulo que X_j forma com $[Y_{h_1}, Y_{h_2}]$, dado por

$$\cos^2 \zeta_{[h_1, h_2]j} = r_{X_j, Y_{h_1}}^2 + r_{X_j, Y_{h_2}}^2.$$

Esta medida é também designada por contribuição relativa do plano $[Y_{h_1}, Y_{h_2}]$ para a variável X_j .

O conjunto das componentes principais a reter para a análise subsequente, em número de q , inferior a p ($q < p$), deve explicar uma elevada percentagem da variabilidade total das variáveis iniciais, pelo que as q componentes podem ser utilizadas em vez destas. Para determinar o valor de q , utilizam-se habitualmente três critérios: o critério de Kaiser, que consiste em reter as componentes principais cujos valores próprios associados sejam superiores a 1 (aplicável para variáveis estandardizadas), o critério de Pearson, que consiste em reter o número de componentes principais que, no seu conjunto, expliquem pelo menos 80% da variância total e o critério de Cattell (“regra do cotovelo”), que consiste em reter as componentes principais até àquela em que o ganho da variância total explicada já não é relevante, ou seja, até àquela em que ocorre a inflexão da curva que relaciona o número da componente e o respetivo valor próprio (*scree plot*).

Além disso, a interpretação das componentes principais permite identificar os fatores subjacentes às características mais importantes dos dados e, em especial, à forma da estrutura das relações entre os indivíduos, entre as variáveis e entre ambos.

3.2.1 Aplicações

As quantificações obtidas para as categorias pelos diferentes métodos abordados no capítulo anterior para os dois conjuntos de dados podem agora ser utilizadas para a realização de uma Análise em Componentes Principais Linear (cujos resultados completos se encontram no Apêndice A), uma vez que as variáveis qualitativas ordinais foram transformadas em variáveis quantitativas.

3.2.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

É necessário referir em primeiro lugar que as soluções obtidas, e nomeadamente as questões selecionadas para a análise de cada componente, são coincidentes em todos os métodos. Esta conclusão deve-se ao facto de as correlações entre as questões, os valores próprios e as respetivas percentagens da variância explicada serem quase iguais ou mesmo coincidentes em todas as soluções, assim como as coordenadas das questões nas componentes principais. Consequentemente, as conclusões extraídas são também as mesmas, pelo que serão apresentadas apenas uma vez (e não em separado para cada método). No caso particular do método da atribuição de números inteiros orde-

nados às categorias (método 1) e do cálculo de um índice (método 2), os resultados são mesmo coincidentes, pois as quantificações das categorias obtidas pelo segundo são transformações lineares das obtidas pelo primeiro, pelo que os resultados respetivos são apresentados em conjunto (Apêndice A).

As matrizes de correlações de Pearson entre as variáveis quantificadas (Tabelas A.1, A.4, A.7, A.10 e A.13) mostram a existência de muitas correlações moderadas e algumas elevadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP com estes quadros de dados.

Assim, realizou-se uma ACP normada (dados standardizados), sendo necessário em primeiro lugar determinar o número de componentes a reter (Tabelas A.2, A.5, A.8, A.11 e A.14): o critério de Kaiser indica uma solução com cinco componentes principais, o critério de Pearson indica uma solução com oito componentes principais e o critério de Cattell indica também uma solução com cinco componentes principais (a Tabela 3.1 resume a percentagem da variância total explicada por cada solução). Uma vez que a qualidade da representação das questões a partir da quinta componente principal já é muito fraca, opta-se por reter cinco componentes.

Tabela 3.1: Percentagem da variância total explicada pelas duas soluções – ACP (IHCPI)

	5 Componentes	8 Componentes
Métodos 1 e 2	68.59%	81.47%
Método 3	69.27%	81.80%
Método 4	74.09%	81.80%
Método 5	68.76%	81.50%
Método 6	68.81%	81.52%

Para a análise da primeira componente principal, selecionaram-se as questões indicadas na Tabela 3.2, extraída das Tabelas A.3, A.6, A.9, A.12 e A.15, uma vez que são as que apresentam um coeficiente de correlação (representado por r nas tabelas) elevado (em valor absoluto) com esta componente principal. A qualidade de representação destas questões, medida pelo quadrado do coeficiente de correlação (também indicado na tabela), é aceitável ou boa (para algumas questões, o quadrado do coeficiente de correlação é inferior a 0.5, o valor a partir do qual se considera habitualmente que essa qualidade é boa, mas, como se encontra muito próximo deste valor, optou-se por considerá-las na análise desta componente).

Tabela 3.2: Questões a reter
1ª componente principal – ACP (IHCPI)

Questões	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	0.73	0.53	0.73	0.53	0.73	0.53	0.73	0.53
Q2	0.71	0.51	0.72	0.52	0.72	0.52	0.71	0.51	0.71	0.51
Q3	0.75	0.56	0.73	0.54	0.73	0.54	0.73	0.53	0.73	0.53
Q5	0.66	0.43	0.67	0.45	0.67	0.45	0.66	0.44	0.66	0.44
Q12	0.71	0.50	0.69	0.47	0.69	0.47	0.70	0.49	0.70	0.49
Q16	0.64	0.40	0.62	0.38	0.62	0.38	0.62	0.38	0.62	0.38
Q17	0.64	0.41	0.66	0.43	0.66	0.43	0.65	0.42	0.65	0.42

Assim, conclui-se que a primeira componente principal opõe os idosos que atribuem maior importância aos que atribuem menor importância às motivações para ir às compras “Comprar algo novo para substituir algo antigo” (questão 1), “Criar uma nova “imagem” para mim e para a minha casa” (questão 2), “Sentir-me um pioneiro comprando produtos inovadores” (questão 3), “Conseguir encontrar uma verdadeira pechincha” (questão 5), “Falar e trocar opiniões com o vendedor e outros clientes” (questão 12), “Ouvir música e ver animações alusivas a uma campanha do estabelecimento” (questão 16) e “Experimentar uma amostra de um produto ou passar pelo espaço de livraria” (questão 17). Note-se que faz todo o sentido que estas motivações formem a mesma componente principal, pois ter como motivação comprar algo novo para substituir algo antigo está fortemente associado à necessidade de renovação da imagem (para a pessoa ou para a sua casa), o que pode ser atingido experimentando produtos inovadores e aproveitando preços mais favoráveis. Além disso, para conseguir compras deste tipo com sucesso ou estes preços, é frequentemente necessário ou, pelo menos, é muito vantajoso ouvir o vendedor ou outros clientes, estar atento às campanhas dos estabelecimentos comerciais ou experimentar amostras dos produtos. Podemos por isso concluir que a primeira componente principal caracteriza os idosos cujas principais motivações para ir às compras são a substituição de produtos usados por novos e criar uma nova imagem através da aquisição de produtos inovadores, obtendo descontos. Para este fim, eles adotam estratégias de pesquisa de mercado tais como trocar opiniões com o vendedor ou com outros clientes, estar atento às campanhas promocionais e experimentar amostras de produtos.

Para a análise da segunda componente principal, selecionou-se apenas a questão “Encontrar exatamente o que procuro” (questão 9), pois é a única que apresenta um

coeficiente de correlação aceitável (em valor absoluto) com esta componente principal, apresentando uma qualidade da representação ainda razoável (Tabela 3.3, também extraída das Tabelas A.3, A.6, A.9, A.12 e A.15).

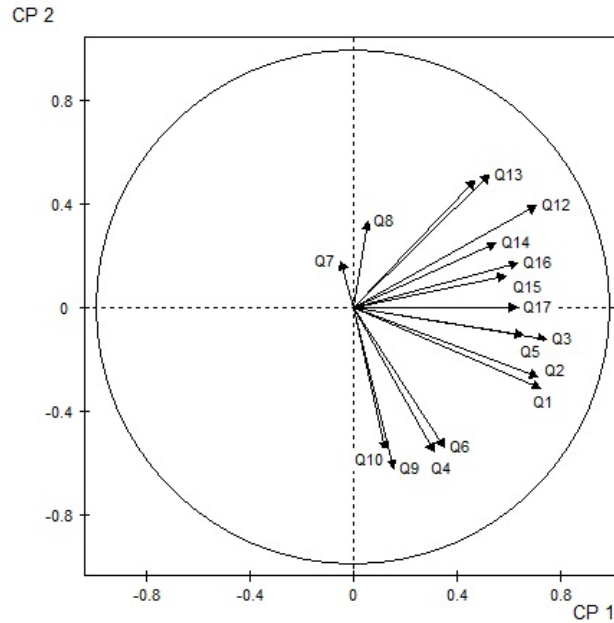
Tabela 3.3: Questões a reter
2ª componente principal – ACP (IHCPI)

	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
Questões	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q9	-0.62	0.39	0.66	0.44	0.66	0.44	-0.65	0.43	-0.66	0.43

Logo, conclui-se que a segunda componente principal opõe os idosos que atribuem maior importância aos que atribuem menor importância a esta motivação para ir às compras, ou seja, podemos afirmar que a segunda componente principal caracteriza os idosos cuja principal motivação para ir às compras é comprar exatamente o produto pretendido.

Para ilustrar estas conclusões, a Figura 3.1 mostra, para o método Números Inteiros Ordenados (Método 1), a representação das variáveis no círculo de correlações definido pelo plano das duas primeiras componentes principais. Refira-se que as coordenadas das variáveis em cada componente são os respectivos coeficientes de correlação com essa componente apresentados nas tabelas Coordenadas e qualidade de representação das variáveis no Apêndice A. Para os restantes métodos, esta representação é quase idêntica, uma vez que os coeficientes de correlação estão extremamente próximos. Relativamente à primeira componente principal, observa-se com efeito que as questões selecionadas têm coordenadas positivas elevadas (lado direito da componente), mostrando a associação entre elas. Na segunda componente, o gráfico evidencia que se destaca apenas a questão 9.

Figura 3.1: Círculo de Correlações
Plano da 1ª e 2ª componentes principais
ACP (IHCPI)



Relativamente à terceira componente principal, selecionou-se apenas as questões “Negociar com o vendedor o preço de um produto” (questão 7) e “Obter um desconto num produto com defeito” (questão 8) (Tabela 3.4, também extraída das Tabelas A.3, A.6, A.9, A.12 e A.15).

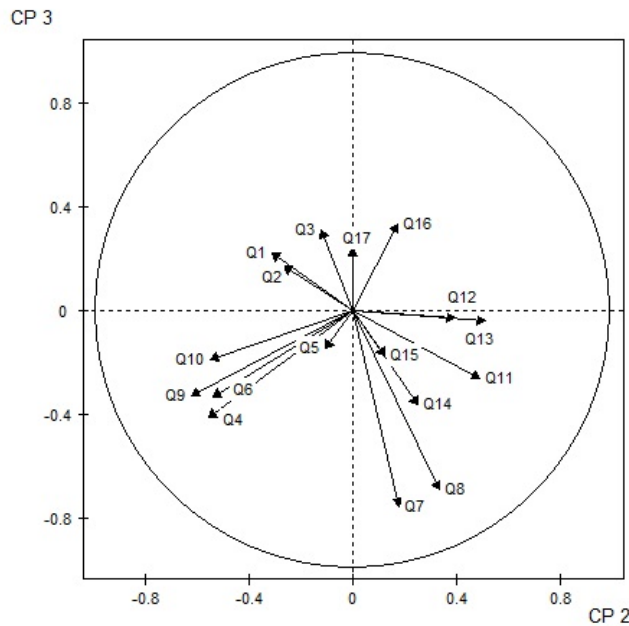
Tabela 3.4: Questões a reter
3ª componente principal – ACP (IHCPI)

Questões	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q7	-0.76	0.57	-0.73	0.53	-0.73	0.53	-0.75	0.57	-0.75	0.56
Q8	-0.69	0.48	-0.66	0.43	-0.66	0.43	-0.70	0.49	-0.70	0.49

Logo, conclui-se que a terceira componente principal opõe os idosos que atribuem maior importância a estas motivações aos que têm o comportamento contrário. Esta conclusão é compreensível, uma vez que as pessoas que vão às compras com a motivação de obter descontos em produtos com defeito querem também negociar os preços (perfil negociador). Podemos por isso afirmar que a terceira componente principal caracteriza os idosos cuja motivação é obter o melhor preço.

A Figura 3.2 mostra o círculo de correlações para o método Números Inteiros Ordenados (Método 1), no plano da segunda e da terceira componentes principais. Nesta última, destacam-se as questões 7 e 8 de acordo com a análise efetuada.

Figura 3.2: Círculo de Correlações
Plano da 2ª e 3ª componentes principais
ACP (IHCPI)



Na quarta e na quinta componentes, verifica-se que não existe nenhuma questão que se destaque individualmente, pois os coeficientes de correlação são todos baixos (em valor absoluto), o que conduz também a uma qualidade da representação das questões muito fraca (os r^2 são muito inferiores a 0.5), podendo distorcer a análise. Além disso, a quase totalidade das questões com maior coeficiente de correlação (em valor absoluto) já foi considerada na análise das componentes anteriores ou poderia tê-lo sido, pelo que conduziria às mesmas conclusões. Consequentemente, a quarta e a quinta componentes não iriam acrescentar nada de novo nem de relevante ao que já foi concluído a partir das anteriores, pelo que se torna desnecessário detalhar a sua análise aqui (é de referir que as três primeiras componentes analisadas com pormenor explicam no seu conjunto cerca de 55% da variância total em todos os métodos).

3.2.1.2 Inquérito social europeu

À semelhança do conjunto de dados anterior (Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa), as soluções obtidas e as questões selecionadas para a análise de cada componente são as mesmas em todos os métodos. Com efeito, as correlações entre as questões, os valores próprios e as respetivas percentagens da variância explicada são novamente quase iguais ou mesmo coincidentes em todas as soluções, assim como as coordenadas das questões nas componentes principais. Consequentemente, as conclusões extraídas são também as mesmas, pelo que serão novamente apresentadas apenas uma vez. No caso particular do método da atribuição de números inteiros ordenados às categorias (método 1) e do cálculo de um índice (método 2) os resultados são mesmo coincidentes, pelo que são apresentados em conjunto (Apêndice A).

As matrizes de correlações de Pearson entre as variáveis quantificadas (Tabelas A.16, A.19, A.22, A.25 e A.28) mostram a existência de muitas correlações moderadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP com estes quadros de dados.

Assim, realizou-se uma ACP normada (dados standardizados), sendo necessário em primeiro lugar determinar o número de componentes a reter (Tabelas A.17, A.20, A.23, A.26 e A.29). O critério de Kaiser indica uma solução com seis componentes principais, o critério de Pearson indica uma solução com dez componentes principais e o critério de Cattell indica uma solução com seis ou sete componentes principais. Uma vez que o segundo critério (Pearson) conduz a um número muito elevado de componentes (relembre-se que o inquérito tem 21 questões), optou-se por reter seis componentes principais, seguindo os outros dois critérios.

Tabela 3.5: Percentagem da variância total explicada pelas duas soluções – ACP (ISE)

	6 Componentes	10 Componentes
Métodos 1 e 2	66.68%	81.66%
Método 3	66.00%	81.00%
Método 4	66.00%	81.00%
Método 5	66.40%	81.40%
Método 6	66.40%	81.40%

Para a análise da primeira componente principal, selecionaram-se as questões indicadas na Tabela 3.6, extraída das Tabelas A.18, A.21, A.24, A.27 e A.30, uma vez que são as que apresentam um coeficiente de correlação elevado (em valor absoluto) com esta componente principal. A qualidade de representação destas questões é razoável ou

boa (o quadrado do coeficiente de correlação é inferior a 0.5 para algumas destas questões mas, como se encontra próximo deste valor, optou-se por considerá-las na análise desta componente).

Tabela 3.6: Questões a reter
1ª componente principal – ACP (ISE)

Questões	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q5	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46
Q6	0.67	0.45	0.65	0.43	0.65	0.43	0.67	0.45	0.67	0.45
Q10	0.73	0.54	0.73	0.53	0.73	0.53	0.73	0.54	0.73	0.54
Q11	0.63	0.39	0.64	0.41	0.64	0.41	0.63	0.40	0.63	0.40
Q13	0.67	0.45	0.65	0.42	0.65	0.42	0.67	0.45	0.67	0.45
Q17	0.63	0.39	0.65	0.43	0.65	0.43	0.64	0.41	0.64	0.41
Q18	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46	0.68	0.46

Assim, conclui-se que a primeira componente principal opõe os homens que se sentem mais parecidos aos que se sentem menos parecidos com as características “Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco.” (questão 5), “Um homem que gosta de surpresas e está sempre à procura de coisas novas para fazer. Acha que é importante fazer muitas coisas diferentes na vida.” (questão 6), “Um homem para quem é importante passar bons momentos. Gosta de tratar bem de si.” (questão 10), “Um homem para quem é importante tomar as suas próprias decisões sobre o que faz. Gosta de ser livre e não estar dependente dos outros.” (questão 11), “Um homem para quem é importante ter sucesso. Gosta de receber o reconhecimento dos outros.” (questão 13), “Um homem para quem é importante que os outros lhe tenham respeito. Quer que as pessoas façam o que ele diz.” (questão 17) e “Um homem para quem é importante ser leal para com os amigos. Dedicar-se às pessoas que lhe são próximas.” (questão 18).

Portanto, esta componente define um perfil de homens para quem é importante sentir segurança a nível ambiental, pessoal e social, associada à lealdade e dedicação aos amigos e pessoas próximas, e ao mesmo tempo tem gosto pelo risco, pela autonomia e liberdade, valoriza a diversidade, o prazer, o sucesso, o reconhecimento e o respeito dos outros. A segurança proporciona estabilidade e autoconfiança o que por sua vez lhe permite lançar-se a novos desafios, atingir o sucesso, o reconhecimento e o respeito, conseguindo ser dominante. Em conclusão, esta componente caracteriza os homens que

têm um perfil arrojado assente numa base de estabilidade pessoal e social.

Para a análise da segunda componente principal, seleccionaram-se as questões “Um homem para quem é importante ser rico. Quer ter muito dinheiro e coisas caras.” (questão 2) e “Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar a atenção sobre si.” (questão 9), pois são as únicas cujos coeficientes de correlação com esta componente principal se destacam (todas as restantes questões apresentam coeficientes de correlação baixos em valor absoluto), apresentando por isso uma qualidade da representação aceitável (Tabela 3.7, também extraída das Tabelas A.18, A.21, A.24, A.27 e A.30).

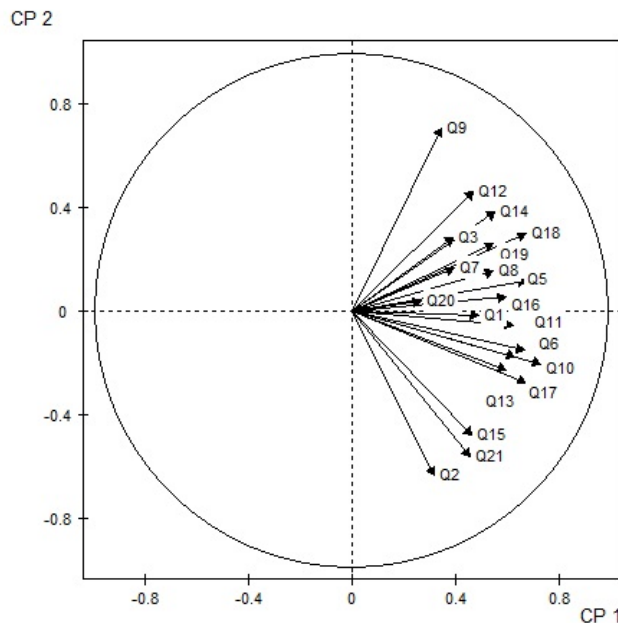
Tabela 3.7: Questões a reter
2ª componente principal – ACP (ISE)

Questões	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q2	-0.63	0.40	-0.59	0.35	-0.59	0.35	-0.63	0.40	-0.63	0.40
Q9	0.71	0.50	0.65	0.42	0.65	0.42	0.70	0.49	0.69	0.48

Logo, conclui-se que a segunda componente principal opõe os homens que se sentem mais parecidos com a característica “Um homem para quem é importante ser rico. Quer ter muito dinheiro e coisas caras.” (questão 2) e menos parecidos com “Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar a atenção sobre si.” (questão 9) aos que têm um perfil oposto, ou seja, podemos afirmar que a segunda componente principal opõe os homens que valorizam a riqueza e ostentação aos que, pelo contrário, são modestos e pretendem uma vida mais humilde e reservada.

Para ilustrar estas conclusões, a Figura 3.3 mostra o círculo de correlações para o método Números Inteiros Ordenados (Método 1) e, tal como no conjunto de dados anterior, esta representação é quase idêntica para os restantes métodos. Relativamente à primeira componente principal, observa-se que as questões seleccionadas têm coordenadas positivas elevadas (lado direito da componente), mostrando a associação entre elas. Na segunda componente, o gráfico evidencia que se destacam as questões 2 e 9 e que estas estão em oposição, pois as suas coordenadas têm sinais contrários.

Figura 3.3: Círculo de Correlações
Plano da 1ª e 2ª componentes principais
ACP (ISE)



Relativamente à terceira componente principal, selecionou-se apenas a questão “Um homem que acha que as pessoas devem fazer o que lhes mandam. Acha que as pessoas devem cumprir sempre as regras mesmo quando ninguém está a ver.” (questão 7) (Tabela 3.8, também extraída das Tabelas A.18, A.21, A.24, A.27 e A.30).

Tabela 3.8: Questões a reter
3^a componente principal – ACP (ISE)

	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
Questões	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q7	0.75	0.57	-0.71	0.50	-0.71	0.50	-0.73	0.53	-0.73	0.53

Logo, conclui-se que a terceira componente principal opõe os homens que se sentem mais parecidos aos que se sentem menos parecidos com esta característica, ou seja, podemos afirmar que a terceira componente principal caracteriza os homens que valorizam o cumprimento das regras de cidadania (elevado grau de civismo).

Para a quarta componente principal, selecionou-se apenas a questão “Um homem que dá importância à tradição. Faz tudo o que pode para agir de acordo com a sua

religião e a sua família. ” (questão 20) (Tabela 3.9, também extraída das Tabelas A.18, A.21, A.24, A.27 e A.30).

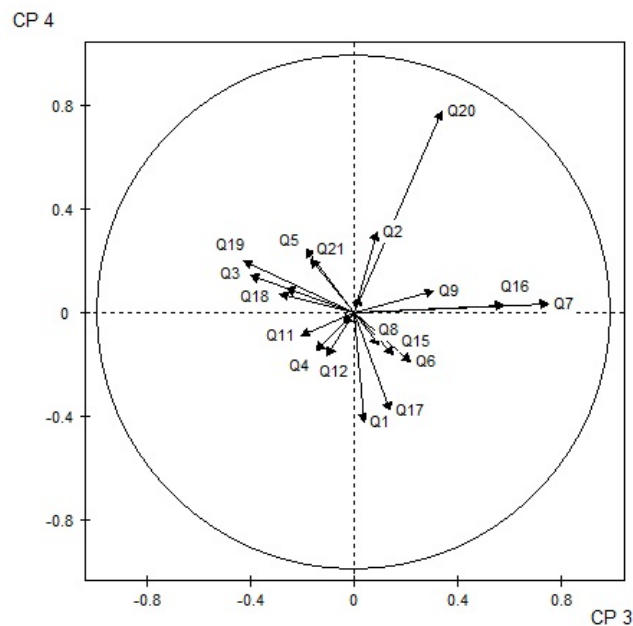
Tabela 3.9: Questões a reter
4^a componente principal – ACP (ISE)

Questões	Métodos 1 e 2		Método 3		Método 4		Método 5		Método 6	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q20	0.78	0.61	0.83	0.68	0.83	0.68	0.81	0.66	0.81	0.66

Logo, conclui-se que a quarta componente principal opõe os homens que se sentem mais parecidos aos que se sentem menos parecidos com esta característica, ou seja, podemos afirmar que a quarta componente principal caracteriza os homens mais tradicionalistas para quem os valores como a família e religião são de extrema importância.

A Figura 3.4 mostra o círculo de correlações para o método Números Inteiros Ordenados (Método 1), no plano da terceira e da quarta componentes principais, onde se destacam apenas as questões 7 e 20 respetivamente, de acordo com as conclusões anteriores.

Figura 3.4: Círculo de Correlações
Plano da 3^a e 4^a componentes principais
ACP (ISE)



Por fim, não se apresenta a análise da quinta e da sexta componentes pelos mesmos motivos referidos relativamente à quarta e quinta componentes do conjunto de dados anterior (as quatro primeiras componentes em conjunto explicam cerca de 56% da variância total em todos os métodos).

3.3 Análise em Componentes Principais Linear com Coeficiente de Correlação Ordinal de Spearman

Uma vez que a utilização das correlações de Pearson não é correta para variáveis ordinais, uma solução alternativa simples consiste em recorrer ao coeficiente de correlação ordinal de Spearman, representado por R_S . Com efeito, este é adequado para variáveis ordinais, adaptando-se por isso a este problema, permitindo então efetuar uma Análise em Componentes Principais Linear sobre a matriz de correlações de Spearman, tal como se faz com as correlações de Pearson.

Este coeficiente de correlação é uma medida de associação não paramétrica entre duas variáveis qualitativas ordinais ou quantitativas (Maroco, 2011; Desu e Raghavarao, 2004). Para o seu cálculo, começa por se ordenar separadamente as observações de cada uma das variáveis e o coeficiente é calculado aplicando a expressão do coeficiente de correlação de Pearson às ordens atribuídas e não aos valores originais das variáveis:

$$R_S = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{x_i} - \bar{r}_x)(r_{y_i} - \bar{r}_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (r_{x_i} - \bar{r}_x)^2 \sum_{i=1}^n (r_{y_i} - \bar{r}_y)^2}} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}$$

onde r_x e r_y representam as ordens das observações das variáveis X e Y respetivamente, n é a dimensão da amostra e $d_i = (r_{x_i} - r_{y_i})$, $i = 1, \dots, n$.

As propriedades deste coeficiente são:

- $-1 \leq R_S \leq 1$: se $R_S = -1$, existe uma correlação perfeita ou máxima de sentido inverso entre as variáveis; se $R_S = 1$, existe uma correlação perfeita ou máxima no mesmo sentido (quando a ordenação das duas variáveis é a mesma); se $R_S = 0$, as variáveis não estão associadas.
- R_S é invariante a transformações lineares das variáveis.
- $R_S(x, y) = R_S(y, x)$.

3.3.1 Aplicações

Procede-se agora à realização de uma Análise em Componentes Principais com o coeficiente de correlação ordinal de Spearman (cujos resultados completos se encontram no Apêndice B) para os dois conjuntos de dados.

3.3.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

A matriz de correlações de Spearman (Tabela B.1) mostra a existência de muitas correlações moderadas e algumas elevadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP com este quadro de dados.

Assim, realizou-se uma ACP normada (dados standardizados) sobre a matriz de correlações de Spearman, verificando-se em primeiro lugar que os resultados (correlações entre as questões, valores próprios, respetivas percentagens da variância explicada e coordenadas das questões nas componentes principais) são quase coincidentes com os obtidos na ACP Linear a partir da quantificação das categorias (método anterior), pelo que as conclusões são as mesmas. Com efeito, a Tabela B.2 (Apêndice B) conduz novamente a optar pela solução com cinco componentes, pelos mesmos motivos da ACP Linear anterior.

Por sua vez, as questões selecionadas para a análise das três primeiras componentes principais são também as mesmas, conforme pode ser observado nas Tabelas 3.10, 3.11 e 3.12 respetivamente, extraídas da Tabela B.3 (Apêndice B). Consequentemente, as conclusões mantêm-se, pelo que não serão repetidas aqui (assim como as representações do círculo de correlações). Não se apresenta também a análise da quarta e da quinta componentes, tal como na ACP Linear anterior, pelos mesmos motivos (as três primeiras componentes analisadas com pormenor explicam no seu conjunto 55.4% da variância total).

Em resumo, as conclusões destas duas abordagens (ACP Linear a partir da quantificação das categorias e ACP Linear com os dados originais e recurso à correlação ordinal de Spearman) são coincidentes para este conjunto de dados.

Tabela 3.10: Questões a reter
1ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q1	0.73	0.53
Q2	0.72	0.52
Q3	0.73	0.54
Q5	0.67	0.45
Q12	0.69	0.47
Q16	0.62	0.38
Q17	0.66	0.43

Tabela 3.11: Questões a reter
2ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q9	0.66	0.44

Tabela 3.12: Questões a reter
3ª componente principal – ACP Spearman (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q7	0.66	0.44
Q8	0.66	0.43

3.3.1.2 Inquérito social europeu

A matriz de correlações de Spearman (Tabela B.4) mostra a existência de muitas correlações moderadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP com este quadro de dados.

Assim, realizou-se uma ACP normada (dados estandardizados) sobre a matriz de correlações de Spearman, verificando-se, à semelhança do que se observou com o conjunto de dados anterior, que os resultados (correlações entre as questões, valores próprios, respetivas percentagens da variância explicada e coordenadas das questões nas componentes principais) estão muito próximos dos obtidos na ACP Linear a partir da quantificação das categorias (método anterior), pelo que as conclusões são as mesmas. Com efeito, a Tabela B.5 (Apêndice B) conduz novamente a optar pela solução com seis componentes, pelos mesmos motivos da ACP Linear anterior.

Por sua vez, as questões selecionadas para a análise das quatro primeiras componentes principais são também as mesmas, conforme pode ser observado nas Tabelas 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16 respetivamente, extraídas da Tabela B.6 (Apêndice B). Consequentemente, as conclusões mantêm-se, pelo que não serão repetidas aqui. Não se apresenta também a análise da quinta e da sexta componentes, tal como na ACP Linear anterior, pelos mesmos motivos (as quatro primeiras componentes analisadas com pormenor explicam no seu conjunto 55.6% da variância total).

Em resumo, as conclusões destas duas abordagens (ACP Linear a partir da quantificação das categorias e ACP Linear com os dados originais e recurso à correlação ordinal de Spearman) são novamente coincidentes.

Tabela 3.13: Questões a reter
1ª componente principal – ACP Spearman (ISE)

Questões	r	r^2
Q5	0.68	0.46
Q6	0.66	0.43
Q10	0.73	0.53
Q11	0.64	0.41
Q13	0.65	0.42
Q17	0.65	0.43
Q18	0.68	0.46

Tabela 3.14: Questões a reter
2ª componente principal – ACP Spearman (ISE)

Questões	r	r^2
Q2	0.59	0.35
Q9	-0.65	0.42

Tabela 3.15: Questões a reter
3ª componente principal – ACP Spearman (ISE)

Questões	r	r^2
Q7	0.71	0.50

Tabela 3.16: Questões a reter
4^a componente principal – ACP Spearman (ISE)

Questões	r	r^2
Q20	0.83	0.68

3.4 Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA)

A Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA) reveste-se de grande importância em estudos que utilizam variáveis qualitativas, medidas em escalas nominais ou ordinais, como é habitual em áreas como as Ciências Sociais e Humanas e de estudos de mercado. Este método, que quantifica as variáveis categóricas enquanto reduz a dimensão dos dados, foi primeiramente desenvolvido em 1990 pela Universidade de Leiden na Holanda (Gifi, 1990; Meulman, 1992). Um dos objetivos desta variante não linear da ACP consiste em determinar, para cada categoria, um valor escalonado de forma ótima designado por quantificação.

As funções *spline* desempenham um papel muito importante neste método, nomeadamente na definição da quantificação das categorias, no procedimento conducente a essa quantificação e na obtenção das componentes principais. Por este motivo, começa por se fazer uma introdução às funções *spline* após a qual se passa à abordagem da Análise em Componentes Principais Categórica.

3.4.1 Funções *Spline*

As funções *spline* foram introduzidas por Schoenberg (1946) para resolução de problemas de ajustamento de dados, sendo as referências fundamentais De Boor (1978) e Schumaker (1981) (segue-se de perto a exposição feita em Lavado, 2004).

Para a definição destas funções, considere-se um intervalo $[a, b]$ com $a < b$, e seja $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_q\}$ com $a = \delta_1 < \delta_2 < \dots < \delta_q = b$, uma partição do intervalo em $q - 1$ subintervalos $I_1 = [\delta_1, \delta_2[$, $I_2 = [\delta_2, \delta_3[$, \dots , $I_{q-2} = [\delta_{q-2}, \delta_{q-1}[$, $I_{q-1} = [\delta_{q-1}, \delta_q]$. Os pontos interiores da partição Δ designam-se por pontos de junção.

Seja uma função s definida no intervalo $[a, b]$, s_i a restrição de s ao intervalo I_i e $s_i^{(v)}$ a derivada de ordem v de s_i ($i = 1, \dots, q - 1$). A função s é um *spline* de ordem k (grau $k - 1$) com pontos de junção $\delta_2, \dots, \delta_{q-1}$ se, e só se, para todo o $i = 1, \dots, q - 1$,

s_i é um polinómio de grau $k - 1$ e, para todo o $i = 1, \dots, q - 2$, e $s_i^{(v)}(\delta_{i+1}) = s_{i+1}^{(v)}(\delta_{i+1})$ para $v = 0, 1, \dots, k - 2$. A primeira condição significa que s é um polinómio de grau $k - 1$ em cada subintervalo, apesar de poder ser um polinómio diferente para cada subintervalo, sendo por isso designado de polinómio segmentado de grau $k - 1$ ou função seccionalmente polinomial de grau $k - 1$. A segunda condição, relativa à igualdade das derivadas, assegura que os polinómios se ligam de forma suave nos pontos de junção, tornando estes impercetíveis na representação gráfica.

A forma mais simples para gerar *splines* parte da utilização dos *basis-splines* ou *B-splines* como base. Para a sua definição, considere-se uma sequência de nós não decrescente $t = \{t_1, t_2, \dots, t_{d+k}\}$ onde $d = k + q - 2$, o que significa que $t_1 = t_2 = \dots = t_k = \delta_1$, $t_{d+1} = t_{d+2} = \dots = t_{d+k} = \delta_q$ e $t_i < t_{i+1}$, para todo $i = k, k + 1, \dots, k + q - 2$ ou seja $\delta_i = t_{k+i-1}$ para todo $i = 2, 3, \dots, k - 1$. Note-se que apenas os pontos δ_1 e δ_q estão associados a k nós, uma vez que são os pontos em que o *spline* é descontínuo. Portanto, existem $q - 2 + 2k = d + k$ nós. Assim, com a sequência de nós t definida acima, a função *B-spline* de ordem k é (para $i = 1, 2, \dots, d$)

$$B_i^{[1]}(x) = \begin{cases} 1 & t_i \leq x < t_{i+1} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.2)$$

e

$$B_i^{[k]}(x) = \frac{x - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_i^{[k-1]}(x) + \frac{t_{i+k} - x}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1}^{[k-1]}(x) \quad \text{para } k > 1 \quad (3.3)$$

onde a primeira parcela é nula quando $t_{i+k-1} - t_i = 0$, sucedendo o mesmo com a segunda quando $t_{i+k} - t_{i+1} = 0$. Em primeiro lugar, definem-se *B-splines* de ordem 1 (ou grau 0), ou seja, seccionalmente constantes; em seguida, *B-splines* seccionalmente lineares a partir dos anteriores, seguindo-se *B-splines* seccionalmente quadráticos a partir dos lineares e assim sucessivamente até aos *B-splines* de ordem k (seccionalmente polinomiais de ordem k). Portanto, trata-se de um procedimento recursivo. A título de exemplo, seja $\Delta = \{1, 2, 5, 10\}$, $d = 4$ e $k = 2$. Sendo $k = 2$, $t = \{1, 1, 2, 5, 10, 10\}$ e

$$\begin{aligned}
B_1^{[1]}(x) &= 0 \\
B_2^{[1]}(x) &= \begin{cases} 1 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
B_3^{[1]}(x) &= \begin{cases} 1 & 2 \leq x < 5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
B_4^{[1]}(x) &= \begin{cases} 1 & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}
\end{aligned}$$

Consequentemente, o primeiro *B-spline* seccionalmente linear é calculado da forma

$$\begin{aligned}
B_1^{[2]}(x) &= \frac{x - t_1}{t_{1+2-1} - t_1} B_1^{[1]}(x) + \frac{t_{1+2} - x}{t_{1+2} - t_{1+1}} B_2^{[1]}(x) \\
&= \frac{x - t_1}{t_2 - t_1} B_1^{[1]}(x) + \frac{t_3 - x}{t_3 - t_2} B_2^{[1]}(x) \\
&= \frac{x - 1}{1 - 1} B_1^{[1]}(x) + \frac{2 - x}{2 - 1} B_2^{[1]}(x) \\
&= 0 + (2 - x) B_2^{[1]}(x) = 2 - x \quad \text{para } 1 \leq x < 2,
\end{aligned}$$

sendo 0 para outros valores de x . Assim, o conjunto dos *B-splines* seccionalmente lineares é

$$\begin{aligned}
B_1^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{2-x}{1} & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
B_2^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{x-1}{1} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{5-x}{3} & 2 \leq x < 5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$B_3^{[2]}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3} & 2 \leq x < 5 \\ \frac{10-x}{5} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$B_4^{[2]}(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{5} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Conclui-se então que os *B-splines* têm as seguintes propriedades:

- $B_i^{[k]}(x)$ são polinômios segmentados de grau $k - 1$;
- $B_i^{[k]}(x) > 0$ se $x \in]t_i, t_{i+k}[$ e $B_i^{[k]}(x) = 0$ caso contrário;
- $0 \leq B_i^{[k]}(x) \leq 1 \forall x$;
- $\sum_{i=1}^d B_i^{[k]}(x) = 1$ para $x \in]t_i, t_{i+k}[$.

Qualquer *spline* s de ordem k pode ser expresso como combinação linear de d *B-splines* de ordem k :

$$s(x) = \sum_{i=1}^d \alpha_i B_i^{[k]}(x) \quad (3.4)$$

onde α_i ($i = 1, \dots, d$) são os coeficientes da combinação linear. Logo, uma mudança no coeficiente α_i apenas afeta o *spline* s no intervalo $]t_i, t_{i+k}[$. O *spline* $s(x)$ é não negativo desde que os coeficientes α_i sejam não negativos.

A partir dos *B-splines* definem-se os *M-splines*:

$$M_i^{[k]}(x) = \frac{k}{t_{i+k} - t_i} B_i^{[k]}(x) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, d. \quad (3.5)$$

Os *M-splines* têm as seguintes propriedades:

- os $M_i^{[k]}(x)$ são polinômios segmentados de grau $k - 1$;
- $M_i^{[k]}(x) > 0$ se $x \in]t_i, t_{i+k}[$ e $M_i^{[k]}(x) = 0$ caso contrário;
- $\int_{-\infty}^{+\infty} M_i^{[k]}(x) dx = \int_{t_i}^{t_{i+k}} M_i^{[k]}(x) dx = 1$.

As duas últimas propriedades significam que uma função *M-spline* pode ser considerada uma função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua. Além disso, qualquer *spline* s de ordem k pode ser expresso como combinação linear de d *M-splines* de ordem k :

$$s(x) = \sum_{i=1}^d \beta_i M_i^{[k]}(x) \quad (3.6)$$

onde β_i ($i = 1, \dots, d$) são os coeficientes da combinação linear. Logo, uma mudança no coeficiente β_i apenas afeta o *spline* s no intervalo $]t_i, t_{i+k}[$. O *spline* $s(x)$ é não negativo desde que os coeficientes β_i sejam não negativos. Se $\sum_{i=1}^d \beta_i = 1$, então $\int_{-\infty}^{+\infty} s(x) dx = 1$. Finalmente, se $\beta_1 = 0$, então $s(a) = 0$ e, se $\beta_d = 0$, então $s(b) = 0$.

Uma vez que, conforme foi referido acima, qualquer função *M-spline* pode ser considerada como uma função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua, é então possível definir a respetiva Função de Distribuição, obtendo-se os *I-splines*:

$$I_i^{[k]}(x) = \int_{-\infty}^x M_i^{[k]}(u) du \quad \forall i=1, 2, \dots, d, \quad (3.7)$$

ou seja, o i -ésimo *I-spline* de ordem k é a Função de Distribuição associada ao i -ésimo *M-spline* da mesma ordem.

Refira-se ainda que, uma vez que um *M-spline* é um polinómio segmentado de ordem k ou grau $k - 1$, o *I-spline* que lhe corresponde tem ordem $k + 1$ ou grau k .

Retome-se o exemplo anterior em que $\Delta = \{1, 2, 5, 10\}$, $d = 4$ e $k = 2$. A partir do cálculo dos *B-splines* feito anteriormente, é possível agora obter os *M-splines*, sendo o primeiro calculado da forma

$$M_1^{[2]}(x) = \frac{2}{t_{1+2} - t_1} B_1^{[2]}(x) = \frac{2}{2-1} \frac{2-x}{1} = \frac{4-2x}{1} \quad \text{para } 1 \leq x < 2.$$

Assim, o conjunto dos *M-splines* é

$$\begin{aligned}
M_1^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{4-2x}{1} & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
M_2^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{0.5x-0.5}{1} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{2.5-0.5x}{3} & 2 \leq x < 5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
M_3^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{0.25x-0.5}{3} & 2 \leq x < 5 \\ \frac{2.5-0.25x}{5} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
M_4^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{0.4x-2}{5} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}
\end{aligned}$$

Consequentemente, o primeiro *I-spline* é

$$\begin{aligned}
I_1^{[2]}(x) &= \int_{-\infty}^x M_1^{[2]}(u) du = \int_1^x \left(\frac{4-2u}{1} \right) du = \frac{4(x-1) - x^2 + 1}{1} \\
&= \frac{-x^2 + 4x - 3}{1} \quad \text{para } 1 \leq x < 2.
\end{aligned}$$

Da mesma forma, o conjunto dos *I-splines* é

$$\begin{aligned}
I_1^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{-x^2+4x-3}{1} & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \\
I_2^{[2]}(x) &= \begin{cases} \frac{x^2-2x+1}{4} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{-x^2+10x-16}{12} & 2 \leq x < 5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$I_3^{[2]}(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+4}{24} & 2 \leq x < 5 \\ \frac{-x^2+20x-75}{40} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$I_4^{[2]}(x) = \begin{cases} \frac{x^2-10x+25}{25} & 5 \leq x < 10 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os *I-splines* têm as seguintes propriedades:

- $0 \leq I_i^{[k]}(x) \leq 1 \forall x$;
- $I_i^{[k]}(x)$ é monótona não decrescente;
- $I_i^{[k]}(x) = 0$ para $x \leq t_i$;
- $0 < I(x) < 1$ se $x \in]t_i, t_{i+k}[$;
- $I_i^{[k]}(x) = 1$ para $x \geq t_{i+k}$.

Finalmente, sendo

$$s(x) = \sum_{i=1}^d \delta_i I_i^{[k]}(x), \quad (3.8)$$

se os coeficientes δ_i forem não negativos, então $s(x)$ é um *spline* não decrescente de grau k . Se $\sum_{i=1}^d \delta_i = 1$ e $\delta_i \geq 0 \forall i$, então $s(b) = 1$.

3.4.2 Escalonamento Ótimo (*Optimal Scaling*)

Quando se codifica uma variável não-numérica com recurso aos números naturais e se utiliza a Análise em Componentes Principais Linear, admite-se que a análise das variáveis ordinais é efetuada como se as variáveis fossem numéricas. Trata-se pois de uma forma empírica e primitiva de tratar as variáveis qualitativas, quantificando *a priori* as suas categorias e recorrendo aos métodos pensados para as variáveis numéricas. O processo de transformação de uma categoria num número designa-se por quantificação. A ideia fundamental da CATPCA é determinar a quantificação ótima de cada categoria tendo em vista a otimização de um determinado critério (Maroco, 2011; Meulman,

1992), sendo este a minimização de uma função perda (De Leeuw, 2005; De Leeuw e Van Rijkevorsel, 1988; Gifi, 1990; Lavado, 2004; Linting *et al.*, 2007; Meulman, Kooij e Heiser, 2004). Esta mede a perda de informação resultante da representação das variáveis originais por um pequeno número de componentes (as componentes principais). Ao contrário das variáveis originais, as quantificações numéricas obtidas possuem propriedades métricas. De um modo geral, os valores numéricos atribuídos a cada uma das categorias são obtidos com recurso ao método iterativo dos mínimos quadrados alternados.

Conforme definido anteriormente, \mathbf{X} é a matriz de dados de dimensão $(n \times p)$, o que significa que se dispõe de n indivíduos e p variáveis qualitativas ordinais, em que a variável X_j assume um número de c_j categorias ($j = 1, \dots, p$); os vetores \mathbf{x}_j , colunas da matriz \mathbf{X} , representam as observações da variável X_j para todos os indivíduos. Representa-se por ϕ_j uma transformação aplicada à variável X_j , por ϕ o vetor de $\sum_{j=1}^p c_j$ elementos com as p transformações e por \mathbf{y} um vetor n -dimensional, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.

Começaremos por apresentar o caso mais simples de extração de uma única componente principal (solução unidimensional), para mais fácil compreensão do procedimento adotado, seguindo-se a descrição do caso geral de extração de um qualquer número de componentes. Assim, a função perda no caso unidimensional é

$$\sigma(\mathbf{y}, \phi) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \text{SQ}(\mathbf{y} - \phi_j(\mathbf{x}_j)) \quad (3.9)$$

onde $\text{SQ}(\mathbf{A})$ é a soma dos quadrados de todos os elementos de uma qualquer matriz \mathbf{A} . Pretende-se determinar o par (\mathbf{y}, ϕ) que minimize σ sob a restrição $\mathbf{y}^t \mathbf{y} = 1$ (esta restrição é necessária para garantir uma solução não trivial, que é aquela em que os vetores obtidos são nulos). Para esse par, os valores de \mathbf{y} designam-se por *scores* e ϕ é a quantificação ótima. Assim, a função perda quantifica a perda de informação inerente à substituição do conjunto das variáveis transformadas $\phi_j(\mathbf{x}_j)$ ($j = 1, \dots, p$) pela variável \mathbf{y} através da média do quadrado da distância Euclideana entre estas.

As transformações ϕ_j consideradas são *splines* de ordem k gerados por d *I-splines*

$$\phi_j(\mathbf{x}_j) = \sum_{i=1}^d \delta_i I_i^{[k]}(\mathbf{x}_j). \quad (3.10)$$

Refira-se que, no caso da ACP Linear (para variáveis quantitativas), as transformações

ϕ_j são lineares, isto é, $\phi_j(\mathbf{x}_j) = \gamma_j \mathbf{x}_j$, o que significa que todos os valores da variável X_j são multiplicados pelo mesmo escalar $\gamma_j \in \mathbb{R}$ designado por peso da variável. Este tipo de transformação equivale a considerar um *spline* de grau 1, sem nós interiores, resultando num polinómio de grau 1. Conclui-se por isso que é possível realizar uma ACP Linear através da minimização da função perda em alternativa à abordagem mais habitual da maximização da variância explicada, conforme foi descrita na introdução deste capítulo (a ACP Linear é portanto um caso particular da ACP Não Linear).

A minimização da função perda (3.9) é feita recorrendo a um algoritmo iterativo baseado no método dos mínimos quadrados alternados. Quando o algoritmo converge, obtém-se a solução ótima (mínimo da função perda) para a quantificação ϕ_j das categorias ($j = 1, \dots, p$) e para os *scores* \mathbf{y} dos indivíduos, ou seja, determinam-se os seus valores ótimos pelos mínimos quadrados. O algoritmo dos mínimos quadrados alternados é designado desta forma porque alterna entre os dois passos seguintes:

- minimização da função perda em ordem a \mathbf{y} para ϕ fixo;
- minimização da função perda em ordem a ϕ para \mathbf{y} fixo.

Este algoritmo processa-se segundo as iterações seguintes (Gifi, 1990; Lavado, 2004; Linting *et al.*, 2007):

1. Inicialização:

- (a) \mathbf{y} é gerado de forma aleatória;
- (b) \mathbf{y} é normalizado e centrado, representando-se por $\tilde{\mathbf{y}}$;
- (c) ϕ é determinado pela média dos *scores* $\tilde{\mathbf{y}}$ dos indivíduos em cada categoria, representando-se por $\tilde{\phi}$.

2. Atualização dos *scores* dos indivíduos:

$\tilde{\mathbf{y}}$ é atualizado com a média das quantificações das categorias de cada indivíduo e representa-se por \mathbf{y}^+ .

3. Normalização:

\mathbf{y}^+ passa a ter norma unitária.

4. Atualização das quantificações das categorias:

$\tilde{\phi}$ é atualizado pela repetição de 1(c) com \mathbf{y}^+ e representa-se por ϕ^+ .

5. Critério de convergência:

- (a) Se $\sigma(\tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\phi}) - \sigma(\mathbf{y}^+, \phi^+) \leq \varepsilon$, para $\varepsilon > 0$ (infinitesimal) previamente especificado, então (\mathbf{y}^+, ϕ^+) é a solução;
- (b) Caso contrário, repetem-se os passos 2 a 4 partindo de (\mathbf{y}^+, ϕ^+) .

Este algoritmo conduz à solução ótima para ϕ e para \mathbf{y} , a quantificação das categorias e os *scores* dos indivíduos respetivamente (De Leeuw, 2005).

A função perda pode também ser generalizada ao caso de extração de várias componentes principais. Para este efeito, é necessário definir previamente uma matriz indicatriz \mathbf{G}_j , de dimensão $(n \times c_j)$, associada às observações da variável X_j , ou seja, ao vetor \mathbf{x}_j ($j = 1, \dots, p$). Os elementos desta matriz são $g_{ju,v} = 1$, $u = 1, \dots, n$; $v = 1, \dots, c_j$, se o indivíduo i ($i = 1, \dots, n$) pertencer à categoria c_j e $g_{ju,v} = 0$ caso contrário. Cada linha da matriz tem somente um elemento igual a 1 e os restantes $(c_j - 1)$ iguais a 0. Por exemplo, suponha-se que a variável X_j pode assumir as categorias 1, 2, 5, 10 e que as observações para três indivíduos são $\mathbf{x}_j = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 2 \end{bmatrix}'$. Então, a respetiva matriz indicatriz é

$$\mathbf{G}_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

A partir das matrizes $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_p$, constrói-se a matriz indicatriz do quadro de dados \mathbf{X} :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \dots & \mathbf{G}_p \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

tendo esta matriz dimensão $\left(n \times \sum_{j=1}^p c_j \right)$.

Representando por \mathbf{Y} a matriz $(n \times q)$ das componentes principais a reter ($q < p$), a função perda no caso geral é

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{Y}, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_p) &= \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \text{SQ}(\mathbf{Y} - \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j \mathbf{w}_j') \\ &= \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \text{tr} \left[(\mathbf{Y} - \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j \mathbf{w}_j')' (\mathbf{Y} - \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j \mathbf{w}_j') \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde tr indica o traço de uma matriz, \mathbf{v}_j ($j = 1, \dots, p$) é o vetor de c_j elementos com a

quantificação dada pelo *I-spline* (3.8) das categorias da variável X_j , pelo que o vetor das observações dessas categorias para os n indivíduos dado por (3.10) é $\phi_j(\mathbf{x}_j) = \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j$ e \mathbf{w}_j é um vetor de q elementos (designados por *loadings*) que são os coeficientes de correlação entre a j -ésima variável transformada (quantificada) e as componentes principais, isto é, sendo w_{hj} ($h = 1, \dots, q$) o h -ésimo elemento de \mathbf{w}_j , $w_{hj} = r(\mathbf{G}_j \mathbf{v}_j, \mathbf{y}_h)$; os vetores \mathbf{w}_j são agrupados na matriz \mathbf{W} de dimensão $(q \times p)$.

A minimização da função perda (3.12) é feita pelo método dos mínimos quadrados alternados descrito anteriormente, generalizado à existência de várias componentes principais e efetuando também a minimização em ordem a \mathbf{w}_j , sujeita a algumas restrições:

- $\mathbf{Y}'\mathbf{Y} = n\mathbf{I}$ onde \mathbf{I} é a matriz identidade de dimensão $(q \times q)$ (note-se que esta restrição seria $\mathbf{Y}'\mathbf{Y} = \mathbf{I}$ se as variáveis iniciais pudessem ser previamente normalizadas e divididas por \sqrt{n} , mas, como tal só pode ser implementado durante o procedimento de otimização, a restrição tem que ser $\mathbf{Y}'\mathbf{Y} = n\mathbf{I}$); esta restrição serve para evitar a solução trivial $\mathbf{W} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{Y} = \mathbf{0}$.
- $\mathbf{1}'\mathbf{Y} = \mathbf{0}'$ onde $\mathbf{1}$ e $\mathbf{0}$ são vetores de elementos iguais a 1 e de elementos iguais a 0 respetivamente; esta restrição é imposta para que os *scores* sejam centrados (média nula).
- $\mathbf{v}_j' \mathbf{G}_j' \mathbf{G}_j \mathbf{v}_j = n$, o que é equivalente a $\text{Var}(\mathbf{G}_j \mathbf{v}_j) = 1$.

As duas primeiras restrições implicam que as colunas de \mathbf{Y} (as componentes principais) sejam ortonormadas, ou seja, tenham média nula, desvio padrão igual a 1 e sejam não correlacionadas.

Finalmente, refira-se que a perda, medida pela função perda indicada acima, causada pela substituição das variáveis transformadas com recurso à utilização de *splines* pelas componentes principais, depende ainda da definição de parâmetros como o grau do *spline*, o número e a localização dos nós e eventuais restrições sobre os coeficientes δ_i ($i = 1, \dots, d$) em (3.8). Lavado (2004), baseando-se em Winsberg e Ramsay (1983), refere que se deve evitar na otimização a variação do número e da localização dos nós, tal como do grau do *spline*, tomando essas opções como parâmetros do modelo. Baseados na sua experiência, Winsberg e Ramsay (1983), Ramsay (1988) e De Leeuw e Van Rijckevorsel (1988) sugerem que, em geral, não é necessário utilizar mais do que dois nós e que o grau do *spline* não necessita de ser superior a dois. Além disso, é importante ter em conta que, para variáveis ordinais, o *spline* tem que ser monótono crescente de

modo a respeitar a ordem das categorias, ou seja, quando estas estão ordenadas por ordem crescente, as respectivas quantificações têm também que aumentar. É por isso necessário que, na minimização da função perda, os coeficientes da combinação linear dos *I-splines* em (3.8) sejam positivos, conforme foi referido.

Tal como na ACP Linear, a seleção do número de componentes a reter baseia-se na variância explicada (VE) por cada uma (Gifi, 1990; Lavado, 2004; Meulman, Kooij e Heiser, 2004), sendo a variância explicada pela h -ésima componente principal a soma dos quadrados das correlações entre as variáveis transformadas e essa componente principal:

$$VE_h = \sum_{j=1}^p w_{hj}^2 = \sum_{j=1}^p r^2(\mathbf{G}_j \mathbf{v}_j, \mathbf{y}_h) \quad h = 1, \dots, q. \quad (3.13)$$

Então, uma vez que $\sum_{h=1}^p VE_h = p$ (se o número de componentes principais a reter for igual ao número de variáveis, ou seja, $q = p$), a proporção da variância explicada pela h -ésima componente principal é VE_h/p .

Sendo Φ a matriz dos dados transformados e Σ a sua matriz de correlações, a VE pela h -ésima componente principal é o h -ésimo maior valor próprio de Σ , representado por λ_h , ou seja,

$$VE_h = \lambda_h \quad h = 1, \dots, q. \quad (3.14)$$

É de salientar ainda que, na solução ótima obtida, a função perda é

$$\sigma(\mathbf{Y}, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_p) = pq - \sum_{j=1}^p \sum_{h=1}^q w_{hj}^2 = pq - \sum_{h=1}^q \lambda_h \quad (3.15)$$

Por fim, note-se que, em alternativa ao recurso à CATPCA para obtenção das componentes principais, esta pode ser utilizada unicamente para obtenção das quantificações das categorias (na solução ótima) e a partir destas realizar-se uma ACP Linear.

3.4.3 Aplicações

Procede-se agora à realização de uma Análise em Componentes Principais Categórica, cujos resultados completos se encontram no Apêndice C para os dois conjuntos de dados.

3.4.3.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

A quantificação das categorias efetuada pela CATPCA é apresentada na Tabela 3.17.

Tabela 3.17: Quantificação das categorias
Escalonamento ótimo – CATPCA (IHCPI)

Questão	Nenhuma	Pouca	Alguma	Bastante	Muita
1	-1.898	-1.014	-0.137	0.210	1.232
2	-1.696	-0.727	0.014	0.406	1.343
3	-1.246	-0.283	0.324	0.670	1.492
4	-4.101	-2.957	-1.178	-0.359	0.864
5	-2.399	-1.459	-0.386	0.256	1.186
6	-3.408	-2.419	-0.935	-0.226	0.866
7	-0.918	0.028	0.584	1.325	2.093
8	-0.770	0.288	0.814	1.443	2.340
9	-4.338	-3.141	-1.255	-0.386	0.864
10	-3.158	-2.130	-0.822	-0.154	0.922
11	-1.444	-0.487	0.147	0.632	1.381
12	-1.567	-0.673	0.083	0.804	1.605
13	-1.165	-0.183	0.321	0.875	1.599
14	-2.186	-1.235	-0.281	0.355	1.240
15	-2.014	-1.096	-0.143	0.566	1.480
16	-1.191	-0.308	0.347	1.021	1.784
17	-2.012	-1.008	-0.140	0.490	1.407

A matriz de correlações das variáveis transformadas (ou seja, quantificadas conforme a Tabela 3.17), apresentada na Tabela C.1, mostra a existência de muitas correlações moderadas e algumas elevadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP Categórica com este quadro de dados.

Assim, realizou-se uma CATPCA com recurso a um *spline* com dois nós e grau dois, seguindo as indicações referidas acima. Foram ensaiadas várias alterações a estes parâmetros, mas as conclusões obtidas foram sempre as mesmas, o que sugere que esta análise é bastante robusta aos valores desses parâmetros.

Os resultados deste método (correlações entre as questões, valores próprios, respetivas percentagens da variância explicada e coordenadas das questões nas componentes principais) são quase coincidentes com os das análises anteriores, pelo que o mesmo se verifica com as conclusões. Com efeito, a Tabela C.2 (Apêndice C) conduz novamente a optar pela solução com cinco componentes.

Por sua vez, as questões selecionadas para a análise das três primeiras componentes principais são também as mesmas, conforme pode ser observado nas Tabelas 3.18, 3.19 e 3.20 respetivamente, extraídas da Tabela C.3 (Apêndice C), pelo que as conclusões mantêm-se, não sendo por isso repetidas. Note-se que, apesar da qualidade de representação da questão 9 na segunda componente ser fraca ($r^2 = 0.32$) o que por si só a excluiria da análise, é a única questão que se destaca nesta componente. Além disso, a percentagem da variância desta questão explicada por esta componente é 32%, um valor que não é demasiado baixo. Acresce ainda que, como esta questão foi incluída na análise pelos métodos anteriores, pode-se admitir que tem alguma relevância na interpretação dos dados. Consequentemente, opta-se por considerar esta questão na interpretação da segunda componente principal.

A Figura 3.5 mostra o círculo de correlações no plano das duas primeiras componentes principais e, tal como na ACP Linear, observa-se com efeito que as questões selecionadas em cada componente são as que se destacam, evidenciando as conclusões extraídas. Por sua vez, a Figura 3.6 mostra que, relativamente à terceira componente principal, apenas se destacam as questões 7 e 8, confirmando também as respetivas conclusões.

À semelhança das análises anteriores, não se apresenta também a análise da quarta e da quinta componentes pelos mesmos motivos (refira-se que as três primeiras componentes analisadas com pormenor explicam no seu conjunto 53.4% da variância total).

Portanto, as conclusões da CATPCA coincidem com as das abordagens anteriores.

Tabela 3.18: Questões a reter
1ª componente principal – CATPCA (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q1	0.72	0.52
Q2	0.70	0.49
Q3	0.73	0.54
Q5	0.65	0.42
Q12	0.71	0.51
Q16	0.63	0.40
Q17	0.63	0.40

Tabela 3.19: Questões a reter
2ª componente principal – CATPCA (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q9	0.56	0.32

Tabela 3.20: Questões a reter
3ª componente principal – CATPCA (IHCPI)

Questões	r	r^2
Q7	0.72	0.51
Q8	0.64	0.41

Figura 3.5: Círculo de Correlações
Plano da 1ª e 2ª componentes principais
CATPCA (IHCPI)

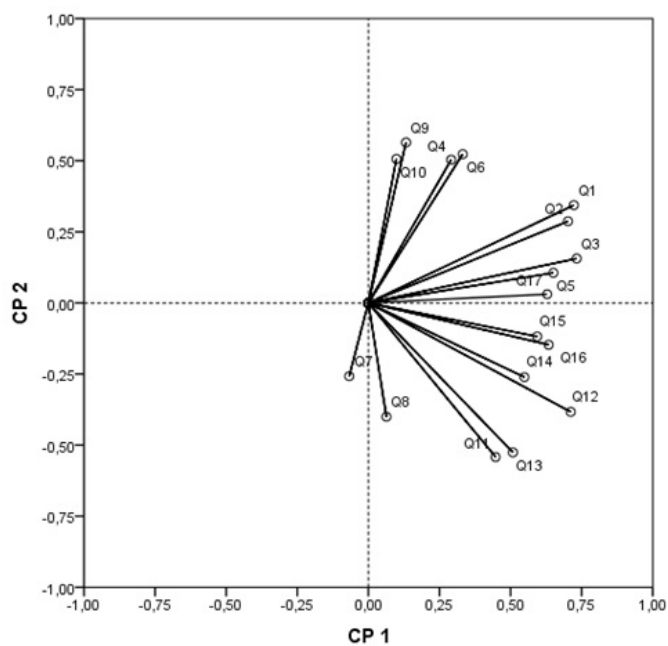
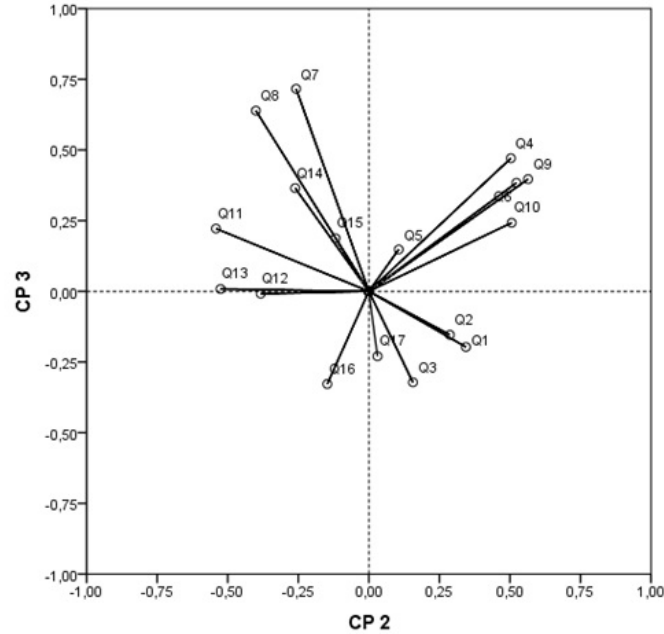


Figura 3.6: Círculo de Correlações
Plano da 2ª e 3ª componentes principais
CATPCA (IHCPI)



Efectuou-se ainda uma ACP Linear com as quantificações obtidas pela CATPCA (Tabela 3.17), mas os resultados são coincidentes com os desta (sendo por isso desnecessário apresentá-los).

3.4.3.2 Inquérito social europeu

A quantificação das categorias efetuada pela CATPCA é apresentada na Tabela 3.21 (algumas categorias não puderam ser quantificadas devido à inexistência de observações).

A matriz de correlações das variáveis transformadas (ou seja, quantificadas conforme a Tabela 3.21), apresentada na Tabela C.4, mostra novamente a existência de muitas correlações moderadas, o que indica ser adequado efetuar uma ACP Categórica com este quadro de dados.

Assim, tal como para o conjunto de dados anterior, realizou-se uma CATPCA com recurso a um *spline* com dois nós e grau dois (foram ainda ensaiadas várias alterações a estes parâmetros, mas as conclusões obtidas foram sempre as mesmas).

Os resultados deste método (correlações entre as questões, valores próprios, respe-

Tabela 3.21: Quantificação das categorias
Escalonamento ótimo – CATPCA (ISE)

Questão	Exatamente como eu	Muito parecido comigo	Parecido comigo	Um boca- dinho parecido comigo	Nada parecido comigo	Não tem nada a ver comigo
1	-1.471	-0.494	0.509	1.471	2.467	—
2	-2.291	-1.496	-0.633	0.195	0.987	1.832
3	-1.495	-0.414	0.723	1.688	2.889	—
4	-1.661	-0.669	0.350	1.320	2.331	—
5	-1.440	-0.479	0.502	1.427	2.406	—
6	-1.698	-0.751	0.162	1.098	2.024	—
7	-1.786	-0.974	-0.165	0.639	1.440	2.249
8	-1.624	-0.559	0.518	1.581	2.654	—
9	-1.737	-0.846	0.076	0.981	1.870	2.794
10	-1.599	-0.655	0.290	1.201	2.145	—
11	-1.386	-0.362	0.700	1.714	2.766	—
12	-1.644	-0.648	0.398	1.399	2.359	3.441
13	-1.836	-0.789	0.260	1.303	2.350	—
14	-1.706	-0.424	0.459	1.552	—	—
15	-2.315	-1.486	-0.623	0.227	1.062	1.919
16	-1.696	-0.787	0.116	0.897	1.812	—
17	-1.56	-0.598	0.373	1.305	2.272	—
18	-1.506	-0.479	0.546	1.572	2.598	—
19	-1.597	-0.530	0.545	1.609	2.681	—
20	-1.936	-1.063	-0.095	0.835	1.726	2.697
21	-1.908	-1.009	-0.049	0.876	1.766	2.735

tivas percentagens da variância explicada e coordenadas das questões nas componentes principais) são muito semelhantes aos das análises anteriores, aplicando-se o mesmo às conclusões obtidas. Com efeito, a Tabela C.5 (Apêndice C) conduz novamente a optar por uma solução com seis componentes.

Por sua vez, as questões seleccionadas para a análise das componentes principais são também as mesmas, conforme pode ser observado nas Tabelas 3.22, 3.23, 3.24 e 3.25 respetivamente, extraídas da Tabela C.6 (Apêndice C), e nas Figuras 3.7 e 3.8 que representam os círculos de correlações no plano das duas primeiras componentes principais e no plano das duas seguintes respetivamente. Consequentemente, as conclusões mantêm-se, pelo que não serão repetidas aqui. À semelhança das análises anteriores, não se apresenta também a análise da quinta e da sexta componentes (as quatro primeiras componentes analisadas com pormenor explicam no seu conjunto 56.2% da variância total).

Portanto, as conclusões da CATPCA coincidem com as das abordagens anteriores.

Tabela 3.22: Questões a reter
1^a componente principal – CATPCA (ISE)

Questões	r	r^2
Q5	0.68	0.46
Q6	0.67	0.45
Q10	0.73	0.54
Q11	0.63	0.39
Q13	0.67	0.45
Q17	0.63	0.39
Q18	0.68	0.46

Tabela 3.23: Questões a reter
2^a componente principal – CATPCA (ISE)

Questões	r	r^2
Q2	0.64	0.41
Q9	-0.70	0.49

Tabela 3.24: Questões a reter
3^a componente principal – CATPCA (ISE)

Questões	r	r^2
Q7	0.76	0.57

Tabela 3.25: Questões a reter
4ª componente principal – CATPCA (ISE)

Questões	r	r^2
Q20	0.78	0.61

Figura 3.7: Círculo de Correlações
Plano da 1ª e 2ª componentes principais
CATPCA (ISE)

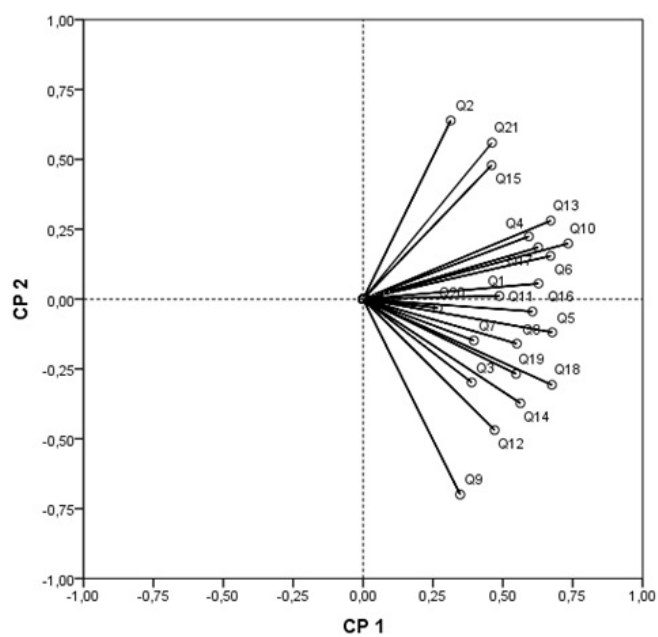
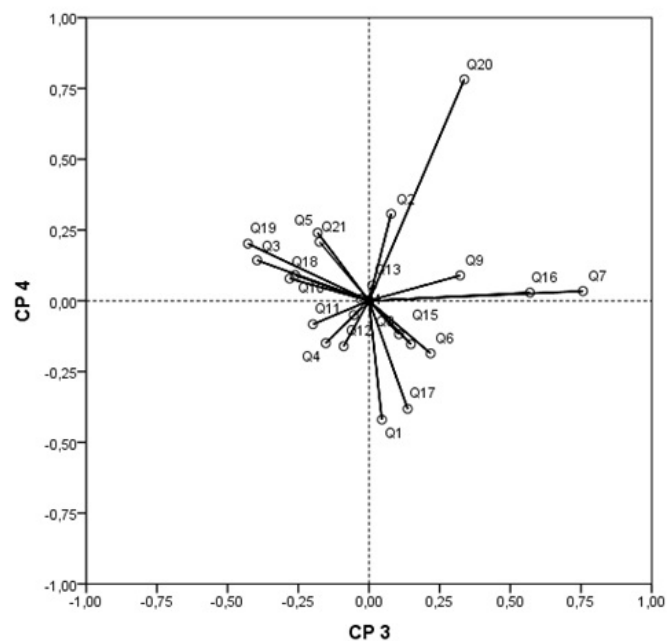


Figura 3.8: Círculo de Correlações
Plano da 3ª e 4ª componentes principais
CATPCA (ISE)



Efectuou-se também para este conjunto de dados uma ACP Linear com as quantificações obtidas pela CATPCA (Tabela 3.21), mas os resultados são coincidentes com os desta, sendo por isso desnecessário apresentá-los.

Capítulo 4

Análise das Correspondências

4.1 Introdução

Os fundamentos teóricos da Análise das Correspondências Simples (AC) remontam provavelmente a Fisher (1940), mas foi Benzécri (1969, 1973) quem a apresentou sob este nome e a desenvolveu. A AC é um método adaptado a tabelas de contingência, obtidas através da classificação das observações segundo as categorias de duas variáveis qualitativas, permitindo estudar as correspondências (relações ou associações) eventualmente existentes entre estas. O objetivo principal consiste no estudo das relações entre as categorias de variáveis qualitativas num espaço de menor dimensão, de forma a identificar nesta dimensão a existência de padrões subjacentes, ou seja, pretende-se resumir o conjunto das variáveis qualitativas por um pequeno número de variáveis quantitativas onde os dados possam ser bem representados (ver também Escofier, 2003; Greenacre, 2007; Lebart, Morineau e Piron, 1995; Le Roux e Rouanet, 2010). Neste capítulo, começa por se apresentar a Análise das Correspondências Simples, seguindo-se a Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis, que constitui uma adaptação da primeira a dados ordinais. Por fim, e apesar de não ser um método adequado para variáveis ordinais, descreve-se a Análise das Correspondências Múltiplas. Estes dois últimos métodos são aplicados aos mesmos conjuntos de dados dos capítulos anteriores.

4.2 Análise das Correspondências Simples

Numa tabela de contingência, as colunas representam as categorias de uma das variáveis e as linhas as categorias da outra. Consideremos então uma tabela de contingência entre

duas variáveis qualitativas A e B , que assumem as categorias A_1, \dots, A_{p_1} e B_1, \dots, B_{p_2} respetivamente:

	B_1	\dots	B_j	\dots	B_{p_2}	$n_{i.}$
A_1	n_{11}	\dots	n_{1j}	\dots	n_{1p_2}	$n_{1.}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_i	n_{i1}	\dots	n_{ij}	\dots	n_{ip_2}	$n_{i.}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_{p_1}	n_{p_11}	\dots	n_{p_1j}	\dots	$n_{p_1p_2}$	$n_{p_1.}$
$n_{.j}$	$n_{.1}$	\dots	$n_{.j}$	\dots	$n_{.p_2}$	n

onde n_{ij} representa o número de indivíduos (frequência absoluta) que apresentam simultaneamente as categorias A_i e B_j ($i = 1, \dots, p_1; j = 1, \dots, p_2$); $n_{i.} = \sum_{j=1}^{p_2} n_{ij}$ é o número de indivíduos que apresentam a categoria A_i (frequência absoluta marginal das linhas); $n_{.j} = \sum_{i=1}^{p_1} n_{ij}$ é o número de indivíduos que apresentam a categoria B_j (frequência absoluta marginal das colunas); $n = \sum_{i=1}^{p_1} \sum_{j=1}^{p_2} n_{ij}$ é o número total de indivíduos. Em termos das frequências relativas $f_{ij} = n_{ij}/n$ (proporção de indivíduos que apresentam as categorias A_i e B_j simultaneamente), obtém-se o quadro

	B_1	\dots	B_j	\dots	B_{p_2}	$f_{i.}$
A_1	f_{11}	\dots	f_{1j}	\dots	f_{1p_2}	$f_{1.}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_i	f_{i1}	\dots	f_{ij}	\dots	f_{ip_2}	$f_{i.}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_{p_1}	f_{p_11}	\dots	f_{p_1j}	\dots	$f_{p_1p_2}$	$f_{p_1.}$
$f_{.j}$	$f_{.1}$	\dots	$f_{.j}$	\dots	$f_{.p_2}$	1

onde $f_{i.}$ e $f_{.j}$ são as frequências relativas marginais e $\sum_{i=1}^{p_1} \sum_{j=1}^{p_2} f_{ij} = 1$. A partir deste quadro, define-se a matriz das frequências relativas,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{1j} & \dots & f_{1p_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{i1} & \dots & f_{ij} & \dots & f_{ip_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{p_11} & \dots & f_{p_1j} & \dots & f_{p_1p_2} \end{bmatrix}.$$

Para analisar a tabela de contingência, não se utilizam as frequências absolutas, mas sim os quadros de perfis-linha e de perfis-coluna com a distribuição percentual dos elementos em cada linha e em cada coluna, respetivamente, ou seja,

$$f(j|i) = \frac{f_{ij}}{f_{i.}} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}} \text{ (perfis-linha); } f(i|j) = \frac{f_{ij}}{f_{.j}} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}} \text{ (perfis-coluna)}$$

para $i = 1, \dots, p_1$ e $j = 1, \dots, p_2$, o que significa que os perfis-linha e os perfis-coluna são frequências condicionadas:

Quadro de perfis-linha						Quadro de perfis-coluna						
	B_1	\cdots	B_j	\cdots	B_{p_2}	Total		B_1	\cdots	B_j	\cdots	B_{p_2}
A_1	$\frac{f_{11}}{f_{1.}}$	\cdots	$\frac{f_{1j}}{f_{1.}}$	\cdots	$\frac{f_{1p_2}}{f_{1.}}$	1	A_1	$\frac{f_{11}}{f_{.1}}$	\cdots	$\frac{f_{1j}}{f_{.j}}$	\cdots	$\frac{f_{1p_2}}{f_{.p_2}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_i	$\frac{f_{i1}}{f_{i.}}$	\cdots	$\frac{f_{ij}}{f_{i.}}$	\cdots	$\frac{f_{ip_2}}{f_{i.}}$	1	A_i	$\frac{f_{i1}}{f_{.1}}$	\cdots	$\frac{f_{ij}}{f_{.j}}$	\cdots	$\frac{f_{ip_2}}{f_{.p_2}}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_{p_1}	$\frac{f_{p_11}}{f_{p_1.}}$	\cdots	$\frac{f_{p_1j}}{f_{p_1.}}$	\cdots	$\frac{f_{p_1p_2}}{f_{p_1.}}$	1	A_{p_1}	$\frac{f_{p_11}}{f_{.1}}$	\cdots	$\frac{f_{p_1j}}{f_{.j}}$	\cdots	$\frac{f_{p_1p_2}}{f_{.p_2}}$
							Total	1	\cdots	1	\cdots	1

Os perfis-linha indicam a distribuição da variável B para cada categoria da variável A , ou seja, $f(j|i)$ representa a proporção de indivíduos que verificam a categoria B_j sabendo que verificam a categoria A_i ; os perfis-coluna indicam a distribuição da variável A para cada categoria da variável B , ou seja, $f(i|j)$ representa a proporção de indivíduos que verificam a categoria A_i sabendo que verificam a categoria B_j . Em resumo, estes perfis são estimativas das probabilidades condicionadas das categorias de uma variável conhecendo a categoria da outra.

Define-se também o perfil-linha médio (centro de gravidade da nuvem das p_1 linhas) como a média dos perfis-linha ponderados pelas frequências marginais das linhas:

$$\mathbf{f}_I = \sum_{i=1}^{p_1} f_{i.} \begin{bmatrix} \frac{f_{i1}}{f_{i.}} \\ \frac{f_{ip_2}}{f_{i.}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{.1} \\ f_{.p_2} \end{bmatrix}.$$

De forma semelhante, define-se o perfil-coluna médio (centro de gravidade da nuvem das p_2 colunas) como a média dos perfis-coluna ponderados pelas frequências marginais

das colunas:

$$\mathbf{f}_J = \sum_{j=1}^{p_2} f_{.j} \begin{bmatrix} \frac{f_{1j}}{f_{.j}} \\ \vdots \\ \frac{f_{p_1j}}{f_{.j}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1.} \\ \vdots \\ f_{p_1.} \end{bmatrix}.$$

A partir destas frequências marginais (linhas e colunas), constroem-se as matrizes \mathbf{D}_I e \mathbf{D}_J que são matrizes diagonais cujos elementos da diagonal principal são $f_{i.}$ e $f_{.j}$ respetivamente.

Neste contexto, quando se pretende analisar as linhas da tabela considera-se a matriz dos perfis-linha como um quadro indivíduos \times variáveis, em que cada indivíduo é ponderado pelo peso $f_{i.}$, e efetua-se uma ACP. Para determinar a proximidade entre duas categorias de uma variável linha, utiliza-se a distância do qui-quadrado entre dois pontos perfis-linha, o que permite evitar o problema das categorias mais representadas terem maior peso:

$$d^2(i_1, i_2) = \sum_{j=1}^{p_2} \frac{1}{f_{.j}} \left(\frac{f_{i_1j}}{f_{i_1.}} - \frac{f_{i_2j}}{f_{i_2.}} \right)^2 \quad i_1, i_2 = 1, \dots, p_1.$$

Em alternativa, quando se pretende analisar as colunas da tabela considera-se a transposta da matriz dos perfis-coluna como um quadro indivíduos \times variáveis, em que cada indivíduo é ponderado pelo peso $f_{.j}$, e efetua-se uma ACP. Para determinar a proximidade entre duas categorias de uma variável coluna, a distância do qui-quadrado entre dois pontos perfis-coluna é:

$$d^2(j_1, j_2) = \sum_{i=1}^{p_1} \frac{1}{f_{i.}} \left(\frac{f_{ij_1}}{f_{.j_1}} - \frac{f_{ij_2}}{f_{.j_2}} \right)^2 \quad j_1, j_2 = 1, \dots, p_2.$$

Para realizar a ACP, seria em princípio necessário centrar previamente os dados e diagonalizar a matriz de variâncias e covariâncias. No entanto, este procedimento é equivalente a efetuar a análise com os dados não centrados, desprezando o primeiro fator, que tem um valor próprio associado unitário (fator trivial).

Na análise da nuvem dos perfis-linha, a matriz a diagonalizar é

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}'\mathbf{D}_I^{-1}\mathbf{F}\mathbf{D}_J^{-1} \quad (4.1)$$

cujo elemento (i, j) é dado por $\sum_{k=1}^{p_1} \frac{f_{ki}f_{kj}}{f_{k.}f_{.j}}$, representando-se por λ_h e por γ_h os seus valores e vetores próprios ($h = 1, \dots, p_2$) respetivamente, a partir dos quais se obtêm os fatores

$$\psi_h = \mathbf{D}_I^{-1} \mathbf{F} \mathbf{D}_J^{-1} \gamma_h. \quad (4.2)$$

Consequentemente, as coordenadas dos perfis-linha no h -ésimo fator (coordenadas fatoriais) são dadas por

$$\psi_{hi} = \sum_{j=1}^{p_2} \frac{f_{ij}}{f_{i.}f_{.j}} \gamma_{hj} \quad (i = 1, \dots, p_1).$$

Recorrendo ao mesmo procedimento, poderia efetuar-se a análise da nuvem dos perfis-coluna. No entanto, a análise de ambos os tipos de perfis conduz aos mesmos valores próprios não nulos e os vetores próprios de uma podem ser obtidos a partir dos vetores próprios da outra. Sendo $p = \min(p_1, p_2)$, existem as seguintes relações entre esses vetores designadas por fórmulas de transição:

$$\xi_h = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{F} \mathbf{D}_J^{-1} \gamma_h; \quad \gamma_h = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{F}' \mathbf{D}_I^{-1} \xi_h \quad h = 1, \dots, p,$$

onde ξ_h é o h -ésimo vetor próprio da nuvem dos perfis-coluna. Assim, sendo φ_h o h -ésimo fator dos pontos-coluna, as coordenadas fatoriais dos dois tipos de perfis verificam as relações

$$\varphi_h = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{D}_J^{-1} \mathbf{F}' \psi_h; \quad \psi_h = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{D}_I^{-1} \mathbf{F} \varphi_h$$

e

$$\varphi_{hj} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{i=1}^{p_1} \frac{f_{ij}}{f_{.j}} \psi_{hi} \quad \psi_{hi} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{j=1}^{p_2} \frac{f_{ij}}{f_{i.}} \varphi_{hj}.$$

Estas expressões permitem a representação simultânea das duas nuvens de pontos.

A variância dos fatores, ou seja, a sua norma, é $\text{Var}(\psi_h) = \text{Var}(\varphi_h) = \lambda_h$. A inércia total da nuvem de pontos é igual à soma dos valores próprios não triviais (não unitários), ou seja, $\sum_{h=1}^{p_2-1} \lambda_h$, pelo que a taxa de inércia associada ao h -ésimo fator, que

indica a parte da inércia total da nuvem explicada por este, é

$$\frac{\lambda_h}{\sum_{h=1}^{p_2-1} \lambda_h}.$$

Para a determinação do número de fatores a reter para a análise, o critério habitualmente utilizado consiste em reter os fatores cuja variância explicada é superior à média.

Além das coordenadas fatoriais, existem outros dois tipos de coeficientes que trazem informação relevante para a análise. Em primeiro lugar, para os perfis-linha, a contribuição relativa da categoria A_i para a variância do h -ésimo fator é

$$\text{Ctr}_i^h = \frac{f_i \cdot \psi_{hi}^2}{\lambda_h} \quad (i = 1, \dots, p_1);$$

para os perfis-coluna, a contribuição relativa da categoria B_j para a variância do h -ésimo fator é

$$\text{Ctr}_j^h = \frac{f_j \varphi_{hj}^2}{\lambda_h} \quad (j = 1, \dots, p_2),$$

sendo $\sum_{i=1}^{p_1} \text{Ctr}_i^h = \sum_{j=1}^{p_2} \text{Ctr}_j^h = 1$. As categorias com maior contribuição são as que determinam o possível significado de um fator, pois são elas que fixam a posição deste (em \mathbb{R}^{p_2} para as linhas e em \mathbb{R}^{p_1} para as colunas).

Em segundo lugar, pretende-se verificar se um ponto está bem representado num determinado fator (ou num subespaço). A qualidade desta representação é medida pelo quadrado do cosseno do ângulo entre o fator e o vetor formado pelo ponto (linha i ou coluna j) e com origem no centro de gravidade da nuvem :

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta_{hi} &= \frac{d_h^2(A_i, \mathbf{f}_I)}{d^2(A_i, \mathbf{f}_I)} = \frac{\psi_{hi}^2}{\sum_{j=1}^{p_2} \frac{1}{f_j} \left(\frac{f_{ij}}{f_i} - f_j \right)^2} \\ \cos^2 \zeta_{hj} &= \frac{d_h^2(B_j, \mathbf{f}_J)}{d^2(B_j, \mathbf{f}_J)} = \frac{\varphi_{hj}^2}{\sum_{i=1}^{p_1} \frac{1}{f_i} \left(\frac{f_{ij}}{f_j} - f_i \right)^2}. \end{aligned}$$

Esta medida é também designada por contribuição relativa do fator para a categoria. Quanto mais próximo de 1 for o \cos^2 , melhor é a projeção do ponto no fator (costuma

considerar-se que a qualidade de representação é aceitável quando $\cos^2 \geq 0.5$). A qualidade de representação de um ponto linha num plano $[\gamma_{h_1}, \gamma_{h_2}]$ é obtida somando os respectivos \cos^2 :

$$\frac{\psi_{h_1 i}^2}{\sum_{j=1}^{p_2} \frac{1}{f_{.j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i.}} - f_{.j} \right)^2} + \frac{\psi_{h_2 i}^2}{\sum_{j=1}^{p_2} \frac{1}{f_{.j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i.}} - f_{.j} \right)^2} = \frac{\psi_{h_1 i}^2 + \psi_{h_2 i}^2}{\sum_{j=1}^{p_2} \frac{1}{f_{.j}} \left(\frac{f_{ij}}{f_{i.}} - f_{.j} \right)^2},$$

determinando-se de forma análoga para os pontos coluna. Note-se que, para todo o $i = 1, \dots, p_1$ e para todo o $j = 1, \dots, p_2$,

$$\sum_h \cos^2 \theta_{hi} = \sum_h \cos^2 \zeta_{hj} = 1.$$

A AC pode ser aplicada não só a uma tabela de contingência mas também a um quadro de dados semelhante ao utilizado na ACP, descrita anteriormente, ou seja, um quadro indivíduos \times variáveis, sendo estas quantitativas e assumindo apenas valores positivos. Consequentemente, cada elemento deste quadro é um número real positivo. Estes valores são transformados em percentagens do total do quadro e, a partir destas, desenvolve-se um procedimento análogo ao descrito acima para a AC baseada numa tabela de contingência (após o cálculo das frequências relativas), ou seja, calculam-se grandezas correspondentes aos perfis-linha e perfis-coluna e efetua-se toda a análise a partir destes valores. Assim, o objetivo deixa de ser o estudo da ligação entre duas variáveis qualitativas (tabela de contingência) passando a ser o de condensar a informação contida no quadro de dados num conjunto de fatores em número inferior ao das variáveis originais.

4.3 Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis

A Análise das Correspondências sobre um quadro indivíduos \times variáveis, acabada de referir, apresenta o inconveniente de não conseguir ter em conta a ordenação das categorias encontrada em dados ordinais, ou seja, nos casos em que as categorias das variáveis (questões) são ordenadas (encontrando-se compreendidas entre dois limites ou pólos), tal como sucede frequentemente em quadros de dados resultantes da realização de inquéritos.

A AC de um quadro de dados após “codificação por duplicação” (também designada por “codificação bipolar”) foi desenvolvida para resolver este problema (Benzécri, 1969, 1973; Benzécri e Benzécri, 1984; Le Roux, 2014). A codificação por duplicação permite assim atribuir papéis simétricos a uma qualquer categoria e à sua contrária. Em primeiro lugar, são atribuídos valores numéricos às categorias. Representando x_j^i o valor atribuído à j -ésima variável para o i -ésimo indivíduo ($i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, p$), supõe-se que cada variável se encontra limitada por um par de números (m_j, M_j) , ou seja, $m_j \leq x_j^i \leq M_j$. Assim, x_j^i é substituído por dois valores (que originam os pólos positivo e negativo):

$$\nu_{j+}^i = x_j^i - m_j \quad \nu_{j-}^i = M_j - x_j^i \quad (4.3)$$

fazendo-se desta forma corresponder a cada indivíduo um par de valores para cada resposta, pelo que o quadro de dados duplicado tem n linhas e um total de $2p$ colunas, uma vez que existem p pares de pontos associados às variáveis. Por exemplo, para a escala da j -ésima variável, a que já foram atribuídos os valores numéricos $(1, 2, 3, 4, 5)$, suponha-se que um determinado indivíduo respondeu 4, a quarta categoria ordenada (Tabela 4.1). Então, os valores da escala subtraídos do mínimo ($m_j = 1$) são $(0, 1, 2, 3, 4)$ e os valores obtidos pela subtração da escala original ao seu máximo ($M_j = 5$) são $(4, 3, 2, 1, 0)$, estando portanto medidos na escala duplicada. Assim a resposta do indivíduo dá origem ao par $(3, 1)$ nas novas escalas (Tabela 4.2), correspondendo à quarta categoria destas.

Tabela 4.1: Escala original

			✓	
1	2	3	4	5

Tabela 4.2: Escala duplicada

4	3	2	1	0
			✓	
0	1	2	3	4

Representa-se a amplitude do intervalo de variação da j -ésima variável por $\varepsilon_j = M_j - m_j$, a sua média por $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \varepsilon_j$, a média e a variância da mesma variável por \bar{X}_j e S_j^2 respetivamente e a variância da variável “normalizada” X_j/ε_j por $\eta_j = \text{Var}(X_j)/\varepsilon_j^2$. Sendo $Z_j = (\bar{X}_j - m_j)/\varepsilon_j$, tem-se $1 - Z_j = (M_j - \bar{X}_j)/\varepsilon_j$.

Representando por ν_s^i o (i, s) -ésimo elemento ($i = 1, \dots, n$; $s = 1, \dots, 2p$) do quadro de dados duplicado, a soma da i -ésima linha deste quadro é

$$\nu^i = \sum_{s=1}^{2p} \nu_s^i = \sum_{j=1}^p (\nu_{j+}^i + \nu_{j-}^i) = p\bar{\varepsilon};$$

a soma da s -ésima coluna é $\nu_s = \sum_{i=1}^n \nu_s^i$ e as somas da sua duplicação são

$$\begin{aligned} \nu_{j+} &= \sum_{i=1}^n (x_j^i - m_j) = n(\bar{X}_j - m_j) = n\varepsilon_j Z_j \\ \nu_{j-} &= \sum_{i=1}^n (M_j - x_j^i) = n(M_j - \bar{X}_j) = n\varepsilon_j (1 - Z_j); \end{aligned}$$

a soma de todos os elementos do quadro é

$$\sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{2p} \nu_s^i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (\nu_{j+}^i + \nu_{j-}^i) = np\bar{\varepsilon}.$$

A Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis consiste na realização de uma AC sobre este quadro (Le Roux, 2014, de onde são retirados os resultados que se seguem). O quadrado da distância entre os dois pontos resultantes da duplicação da categoria k de uma qualquer variável (dois pontos perfis-variáveis) é

$$\begin{aligned} d^2(k_+, k_-) &= \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\nu_{j+}^i}{\nu_{j+}} - \frac{\nu_{j-}^i}{\nu_{j-}} \right)^2}{\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (\nu_{j+}^i + \nu_{j-}^i)}{n}} = \sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{x_j^i - m_j}{n(\bar{X}_j - m_j)} - \frac{M_j - x_j^i}{n(M_j - \bar{X}_j)} \right)^2}{\frac{1}{n}} = \\ &= \left(\frac{\varepsilon_j}{(M_j - \bar{X}_j)(\bar{X}_j - m_j)} \right)^2 \sum_{i=1}^n \frac{(x_j^i - \bar{X}_j)^2}{n} = \\ &= \left(\frac{\frac{1}{\varepsilon_j}}{Z_j(1 - Z_j)} \right)^2 \text{Var}(X_j) = \frac{\eta_j}{(Z_j(1 - Z_j))^2}. \end{aligned}$$

Por sua vez, o quadrado da distância entre dois pontos perfis-indivíduos i_1 e i_2 é

$$\begin{aligned}
d^2(i_1, i_2) &= \sum_{s=1}^{2p} \frac{\left(\frac{\nu_s^{i_1}}{\nu_{i_1}} - \frac{\nu_s^{i_2}}{\nu_{i_2}} \right)^2}{\frac{n}{2p} \frac{\nu_s}{\nu_s}} = \left(\frac{1}{p\bar{\varepsilon}} \right)^2 \sum_{s=1}^{2p} \frac{(\nu_s^{i_1} - \nu_s^{i_2})^2}{\frac{\nu_s}{np\bar{\varepsilon}}} = \\
&= \frac{n}{p\bar{\varepsilon}} \sum_{s=1}^{2p} \frac{(\nu_s^{i_1} - \nu_s^{i_2})^2}{\nu_s} = \frac{n}{p\bar{\varepsilon}} \sum_{j=1}^p \left(\frac{(\nu_{j+}^{i_1} - \nu_{j+}^{i_2})^2}{\nu_{j+}} + \frac{(\nu_{j-}^{i_1} - \nu_{j-}^{i_2})^2}{\nu_{j-}} \right).
\end{aligned}$$

Uma vez que $\nu_{j+}^{i_1} - \nu_{j+}^{i_2} = \nu_{j-}^{i_1} - \nu_{j-}^{i_2} = x_j^{i_1} - x_j^{i_2}$,

$$\begin{aligned}
d^2(i_1, i_2) &= \frac{1}{p\bar{\varepsilon}} \sum_{j=1}^p \left[(x_j^{i_1} - x_j^{i_2})^2 \left(\frac{1}{\bar{X}_j - m_j} + \frac{1}{M_j - \bar{X}_j} \right) \right] = \\
&= \frac{1}{p\bar{\varepsilon}} \sum_{j=1}^p \left[(x_j^{i_1} - x_j^{i_2})^2 \left(\frac{\varepsilon_j}{(\bar{X}_j - m_j)(M_j - \bar{X}_j)} \right) \right] = \\
&= \frac{1}{p\bar{\varepsilon}} \sum_{j=1}^p \left(\frac{(x_j^{i_1} - x_j^{i_2})^2}{\varepsilon_j Z_j (1 - Z_j)} \right).
\end{aligned}$$

A parte da inércia da nuvem explicada pela j -ésima variável (questão), ou seja, a sua contribuição absoluta, é

$$\text{Cta}_j = \frac{1}{p} \frac{\varepsilon_j}{\bar{\varepsilon}} \frac{\eta_j}{Z_j (1 - Z_j)}$$

com $\text{Cta}_j \leq \frac{1}{p} \frac{\varepsilon_j}{\bar{\varepsilon}}$ (sendo de notar que a soma das Cta de todas as variáveis é igual à inércia da nuvem). A contribuição da mesma variável para a variância do h -ésimo fator (eixo), ou seja, a sua contribuição relativa é

$$\text{Ctr}_{hj} = \frac{\frac{\varepsilon_j Z_j}{p \bar{\varepsilon}} \left[\frac{\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h)}{Z_j} \right]^2}{\lambda_h} + \frac{\frac{\varepsilon_j (1 - Z_j)}{p \bar{\varepsilon}} \left[\frac{\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h)}{1 - Z_j} \right]^2}{\lambda_h} = \quad (4.4)$$

$$= \frac{\frac{1}{p} \frac{\varepsilon_j}{\bar{\varepsilon}} \frac{[\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h)]^2}{Z_j (1 - Z_j)}}{\lambda_h} \quad (4.5)$$

onde γ_h representa o h -ésimo fator principal e λ_h o valor próprio correspondente. A expressão (4.4) mostra que a contribuição da variável resulta da soma das contribuições relativas dos seus dois pólos.

A qualidade de representação no h -ésimo fator dos pontos ν_{j+} e ν_{j-} é igual para ambos, pelo que se define apenas a qualidade de representação da variável (questão):

$$\cos^2 \theta_{hj} = \frac{(\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h))^2}{\eta_j}$$

onde θ_{hj} é o ângulo formado por ν_{j+} ou por ν_{j-} com o fator principal (os dois ângulos são iguais).

Por fim, as coordenadas dos pontos ν_{j+} e ν_{j-} no h -ésimo fator principal são respetivamente

$$\begin{aligned} \psi_{hj+} &= \frac{\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h)}{Z_j} \\ \psi_{hj-} &= -\frac{\text{Cov}(X_j/\varepsilon_j, \gamma_h)}{1 - Z_j}. \end{aligned}$$

4.3.1 Aplicações

Procede-se agora à realização de uma Análise das Correspondências (AC) do quadro de dados com duplicação, cujos resultados completos se encontram no Apêndice D para os dois conjuntos de dados.

4.3.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Em primeiro lugar, é necessário determinar o número de fatores a reter. Conforme referido acima, o critério habitualmente utilizado para este efeito consiste em reter os fatores cuja variância explicada é superior à média, apresentando-se na Tabela D.1 os

valores próprios e a percentagem de variância explicada por cada fator (são apresentados apenas os 17 maiores valores próprios não triviais porque os restantes 16 são nulos, uma vez que as variáveis duplicadas não têm qualquer contribuição para a variância total). Sendo a variância total, ou seja, a soma desses valores, igual a 0.4374 e existindo 17 questões, a variância média é $0.4374/17 = 0.026$. Como só os cinco primeiros fatores têm uma variância superior à média, deve reter-se cinco fatores para a análise, explicando 70.1% da variância total. Para a análise dos fatores, a Tabela D.2 mostra, para as variáveis com duplicação, as coordenadas dos dois pólos (+,-) das questões, as respectivas contribuições para os fatores (Ctr) e a qualidade da representação (relembre-se que os cossenos dos ângulos formados pelos dois pólos de cada questão são iguais). É importante sublinhar que as coordenadas dos pólos positivos (que significam pouca importância) e dos negativos (muita importância) de cada questão são também positivas e negativas respetivamente, estando por isso de acordo com o significado dos pólos e mostrando que estes estão opostos (representados em lados opostos dos fatores). Além disso, os pólos positivos das diferentes questões estão associados entre si (representados no mesmo lado dos fatores), sucedendo o mesmo com os pólos negativos. Note-se ainda que as Ctr dos dois pólos de cada questão assumem valores diferentes, por vezes próximos, mas muito afastados noutros casos.

Assim, a análise do primeiro fator conduz a reter as questões indicadas na Tabela 4.3 (onde se indica a contribuição total de cada questão, obtida pela soma das contribuições dos seus dois pólos), pois são as questões cuja contribuição para a variância do fator é mais elevada (superior à contribuição média no fator) e cuja qualidade de representação, medida pelo \cos^2 , é pelo menos aceitável. A respeito deste último aspeto, é de referir, por um lado, que as questões 5 e 17 foram consideradas apesar da respetiva qualidade de representação ser um pouco fraca (os \cos^2 são iguais a 0.40) porque as suas contribuições são elevadas e, por outro, que a questão 13, apesar de ter uma contribuição ainda elevada, foi excluída por ter uma qualidade de representação muito fraca (\cos^2 apenas de 0.32). No seu conjunto, a contribuição para a variância do fator das sete questões selecionadas é de 73.3%, um valor elevado.

Verifica-se portanto que as questões selecionadas para a análise deste fator são as mesmas das selecionadas pelos métodos anteriormente aplicados, pelo que as conclusões são também coincidentes, não sendo por isso repetidas aqui.

Tabela 4.3: Questões a reter
1º Fator – AC Duplicação (IHCPI)

Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q1		11.59	
(+)	0.41	4.73	0.54
(-)	-0.60	6.86	0.54
Q2		11.77	
(+)	0.47	5.44	0.53
(-)	-0.54	6.33	0.53
Q3		16.40	
(+)	0.68	9.31	0.61
(-)	-0.52	7.09	0.61
Q5		6.87	
(+)	0.28	2.36	0.40
(-)	-0.53	4.50	0.40
Q12		10.02	
(+)	0.48	5.18	0.52
(-)	-0.45	4.84	0.52
Q16		9.82	
(+)	0.58	6.02	0.43
(-)	-0.36	3.80	0.43
Q17		6.79	
(+)	0.33	2.91	0.39
(-)	-0.44	3.88	0.39

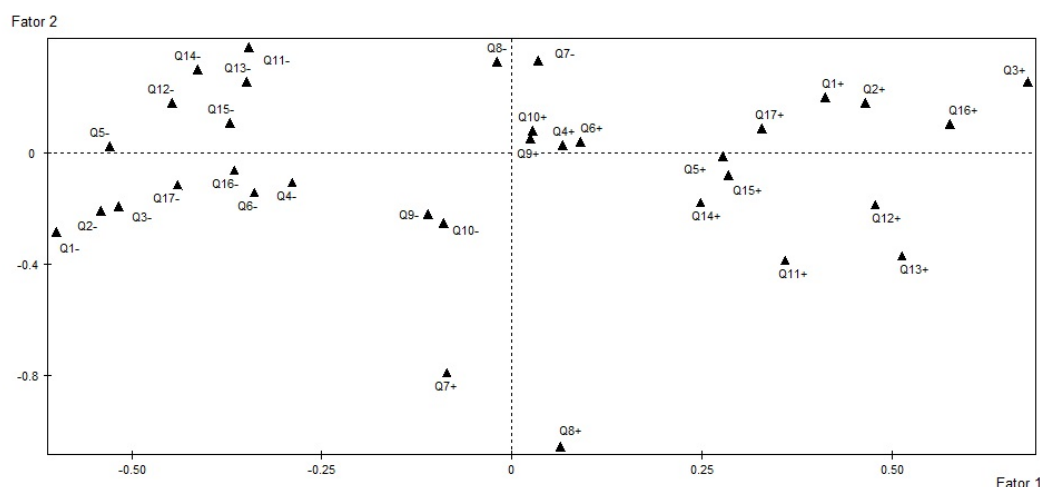
Para a análise do segundo fator, retêm-se as questões “Negociar com o vendedor o preço de um produto” (questão 7) e “Obter um desconto num produto com defeito” (questão 8) (Tabela 4.4, também extraída da Tabela D.2), pois são aquelas cujas contribuições se destacam relativamente a quaisquer outras. No que se refere à qualidade da sua representação, a primeira tem um \cos^2 apenas ligeiramente inferior a 0.5, pelo que se optou por retê-la para a análise, e a segunda mostra uma boa qualidade. Além disso, as questões “Ir às compras com pessoas com gostos semelhantes aos meus” (questão 11) e “Fazer da ida às compras um passeio com alguém conhecido” (questão 13) apresentam também contribuições importantes, superiores à média, mas a qualidade da sua representação é muito fraca (os seus \cos^2 são muito baixos), pelo que foram excluídas da análise. Verifica-se então que este fator conduz às mesmas conclusões da terceira componente dos métodos anteriores, pelo que não serão repetidas aqui.

Tabela 4.4: Questões a reter
2º Fator – AC Duplicação (IHCPI)

Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q7		22.83	
(+)	-0.79	16.13	0.49
(-)	0.33	6.69	0.49
Q8		30.08	
(+)	-1.06	23.02	0.59
(-)	0.32	7.07	0.59

A Figura 4.1 representa os pólos positivo e negativo das questões no plano dos dois primeiros fatores. Note-se que, com uma única exceção, todas as questões estão orientadas com o pólo positivo à direita e o negativo à esquerda (essa exceção é a questão 7, em que as coordenadas de ambos os pólos no primeiro fator são muito próximas de zero). Verifica-se que as questões selecionadas na análise de ambos os fatores se destacam no gráfico, seja devido a um dos seus pólos ou a ambos, uma vez que as coordenadas destes são elevadas em valor absoluto em pelo menos um dos dois fatores. As conclusões extraídas acima surgem assim claramente evidenciadas de uma forma muito sugestiva, mostrando para as diferentes questões a associação entre os pólos positivos, por um lado, e, por outro, a associação entre os pólos negativos, bem como a oposição entre os dois pólos.

Figura 4.1: Representação gráfica das questões
Plano do 1º e 2º fatores
AC Duplicação (IHCPI)



Nos restantes três fatores, verifica-se que as únicas questões com Ctr que poderiam ser aceitáveis, apesar de baixas, têm uma qualidade de representação muito fraca (os \cos^2 são muito inferiores a 0.5) pelo que não foram consideradas. Por este motivo, à semelhança dos métodos anteriores, não se apresenta também a análise destes fatores (os dois primeiros fatores analisados com pormenor explicam no seu conjunto 44.1% da variância total).

Em resumo, verifica-se que a Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis conduz quase às mesmas conclusões dos métodos anteriores, observando-se apenas uma ligeira diferença (que consiste em excluir a questão 9, “Encontrar exatamente o que procuro”, naquela análise).

4.3.1.2 Inquérito social europeu

A Tabela D.3 apresenta os valores próprios e a percentagem de variância explicada por cada fator. Sendo a variância total de 0.1945 e existindo 21 questões, a variância média é $0.1945/21 = 0.009$, pelo que se retém 6 fatores para a análise, explicando 67.3% da variância total.

Assim, a análise do primeiro fator conduz a reter as questões indicadas na Tabela 4.5 (construída a partir da Tabela D.4), pois são as questões cuja contribuição para a variância do fator é mais elevada (superior à contribuição média no fator) e cuja qualidade de representação é pelo menos aceitável (apesar dos seus \cos^2 serem apenas próximos de 0.40, um valor ainda razoável, as questões 11 e 16 foram consideradas porque têm uma contribuição elevada). No seu conjunto, a contribuição para a variância do fator das oito questões selecionadas é de 56.9%, um valor considerável.

Verifica-se portanto que, com a exceção da questão 16 (“Um homem para quem é importante portar-se sempre como deve ser. Evita fazer coisas que os outros digam que é errado.”), as questões selecionadas para a análise deste fator são as mesmas dos métodos anteriores. Com efeito, a característica definida por aquela questão enquadra-se claramente no perfil descrito por este fator nas análises anteriores, reforçando a caracterização deste. Consequentemente, as conclusões obtidas sobre este fator nos métodos anteriores são as mesmas, não sendo por isso repetidas aqui.

Tabela 4.5: Questões a reter
1º Fator – AC Duplicação (ISE)

Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q5		7.61	
(+)	0.46	5.34	0.44
(-)	-0.20	2.27	0.44
Q6		7.87	
(+)	0.41	5.01	0.47
(-)	-0.23	2.86	0.47
Q10		8.95	
(+)	0.46	5.91	0.53
(-)	-0.24	3.05	0.53
Q11		6.02	
(+)	0.45	4.41	0.38
(-)	-0.16	1.61	0.38
Q13		5.99	
(+)	0.36	3.89	0.45
(-)	-0.20	2.10	0.45
Q16		7.39	
(+)	0.38	4.57	0.39
(-)	-0.23	2.82	0.39
Q17		6.71	
(+)	0.41	4.53	0.40
(-)	-0.20	2.18	0.40
Q18		6.39	
(+)	0.43	4.52	0.42
(-)	-0.18	1.88	0.42

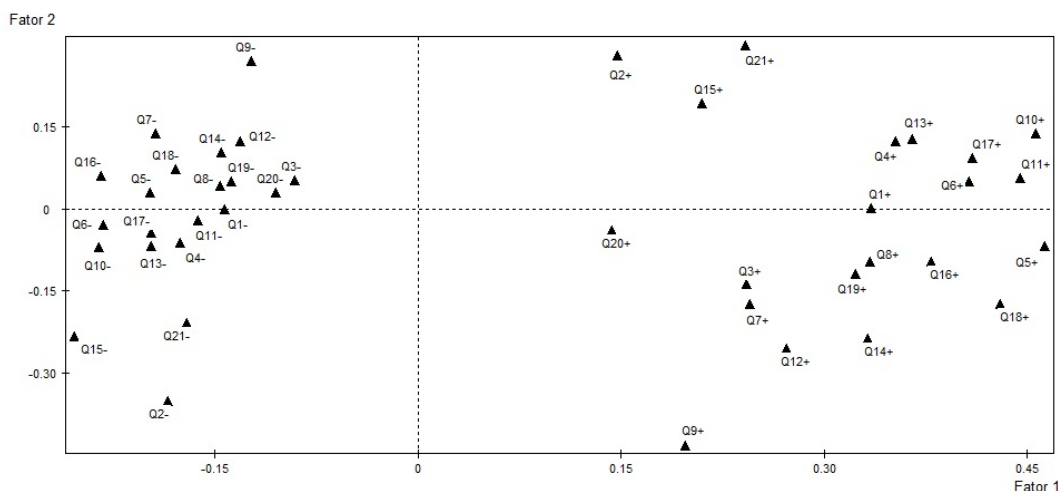
Para a análise do segundo fator, retém-se as questões “Um homem para quem é importante ser rico. Quer ter muito dinheiro e coisas caras.” (questão 2) e “Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar à atenção sobre si.” (questão 9) (Tabela 4.6, também extraída da Tabela D.4), pois são aquelas cujas contribuições são muito elevadas. No que se refere à qualidade da sua representação, a primeira tem um \cos^2 um pouco inferior a 0.5, mas ainda aceitável, e a segunda mostra uma boa qualidade. Note-se que os pólos (+) das duas questões apresentam coordenadas de sinal contrário, o mesmo sucedendo com os pólos (-), o que está de acordo com o significado destas características (tal como nos métodos anteriormente aplicados). Verifica-se então que este fator conduz às mesmas conclusões da segunda componente dos métodos anteriores, pelo que não serão repetidas aqui.

Tabela 4.6: Questões a reter
2º Fator – AC Duplicação (ISE)

Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q2		20.81	
(+)	0.28	9.24	0.42
(-)	-0.35	11.57	0.42
Q9		24.73	
(+)	-0.43	15.22	0.57
(-)	0.27	9.51	0.57

A Figura 4.2 representa os pólos positivo e negativo das questões no plano dos dois primeiros fatores e note-se que todas as questões estão orientadas com o pólo positivo à direita e o negativo à esquerda. Tal como no conjunto de dados anterior, as questões selecionadas na análise de ambos os fatores destacam-se no gráfico, seja devido a um dos seus pólos ou a ambos, evidenciando de uma forma clara e sugestiva as conclusões extraídas acima, nomeadamente as associações e oposições entre as questões e entre os seus pólos positivo e negativo.

Figura 4.2: Representação gráfica das questões
Plano do 1º e 2º fatores
AC Duplicação (ISE)



Para a análise do terceiro e do quarto fatores (Tabelas 4.7 e 4.8), retêm-se as mesmas questões dos métodos anteriores. Verifica-se então que estes fatores conduzem às mesmas conclusões das correspondentes componentes dos métodos anteriores, pelo que não serão repetidas aqui.

Tabela 4.7: Questões a reter
3º Fator – AC Duplicação (ISE)

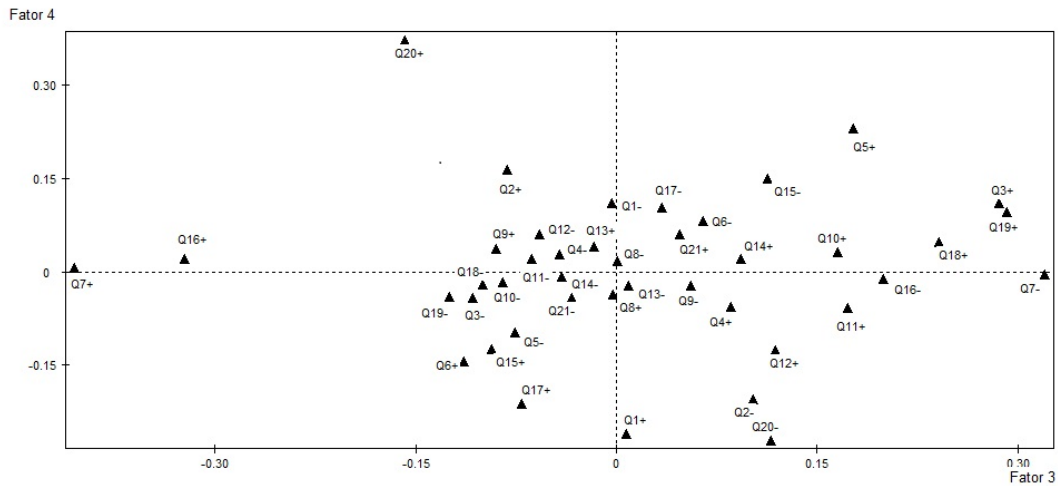
Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q7		33.17	
(+)	-0.41	18.52	0.52
(-)	0.32	14.65	0.52

Tabela 4.8: Questões a reter
4º Fator – AC Duplicação (ISE)

Questões	Coord.	Ctr	\cos^2
Q20		38.20	
(+)	0.37	22.03	0.54
(-)	-0.27	16.17	0.54

A Figura 4.3 representa os pólos das questões no plano do terceiro e quarto fatores, evidenciando as conclusões extraídas. Em particular, mostra que se destacam as questões selecionadas para a análise de cada fator e a oposição entre os pólos dessas questões.

Figura 4.3: Representação gráfica das questões
Plano do 3º e 4º fatores
AC Duplicação (ISE)



À semelhança do ocorrido com os métodos anteriores, e pelos mesmos motivos, não se apresenta também a análise do quinto e do sexto fatores (os quatro primeiros fatores

analisados com pormenor explicam no seu conjunto 57.1% da variância total).

Em resumo, verifica-se que, para este conjunto de dados, a Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis também conduz quase às mesmas conclusões dos métodos anteriormente aplicados, observando-se apenas uma ligeira diferença (que consiste em incluir a questão 16 na interpretação do primeiro fator).

4.4 Análise das Correspondências Múltiplas

O objetivo de uma Análise das Correspondências Múltiplas (ACM) é semelhante ao de uma Análise em Componentes Principais (estudo de um quadro indivíduos \times variáveis), mas é também uma generalização do objetivo de uma Análise das Correspondências. A aplicação mais habitual da ACM é o tratamento das respostas a um inquérito, onde cada questão constitui uma variável cujas categorias são as respostas possíveis. A primeira abordagem teórica foi proposta por Burt (1950), mas foi Benzécri (1973) quem a desenvolveu (ver também Escofier, 2003; Escofier e Pagès, 1998; Lebart, Morineau e Piron, 1995; Moreau, Doudin e Cazes, 2000).

À semelhança da ACP e da AC, o resultado consiste na determinação de fatores, verificando-se quais as categorias que mais contribuem para a formação de cada fator de modo a identificar as relações relevantes e as associações entre as categorias das diferentes variáveis. Consegue-se assim evidenciar as relações mais importantes entre as próprias variáveis de uma forma eficiente e objetiva e ainda descrever e interpretar a proximidade entre os indivíduos. No entanto, este método apresenta o inconveniente de não ter em conta a ordenação das categorias encontrada em variáveis ordinais.

Mantendo a notação anterior, \mathbf{X} é a matriz de dados com as respostas (quadro indivíduos \times variáveis) de dimensão $(n \times p)$, o que significa que se dispõe de n indivíduos e p variáveis qualitativas ordinais, em que a variável X_j assume um número c_j de categorias ($j = 1, \dots, p$). A título de exemplo, suponha-se que cinco pessoas (ou seja, $n = 5$) responderam a um inquérito de satisfação sobre um determinado serviço, composto por quatro questões (ou seja, $p = 4$) com as categorias “Insatisfeito”, “Indiferente” e “Satisfeito”. Começa por se atribuir os valores “1”, “2” e “3” às três categorias respetivamente e constrói-se a matriz de dados de dimensão (5×4) , ou seja, o quadro de dados condensado:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Verifica-se portanto que, por exemplo, o primeiro indivíduo respondeu “Indiferente” à primeira e terceira questões, “Satisfeito” à segunda e “Insatisfeito” à quarta questão. Assim, cada linha da matriz representa as respostas de um qualquer indivíduo a todas as questões e uma coluna representa as respostas de todos os indivíduos a essa questão.

Esta matriz é transformada num quadro de variáveis binárias (cujos elementos são 0 ou 1), designado por quadro disjuntivo completo, que é igual à matriz indicatriz \mathbf{G} definida em (3.11) com n linhas e $c = \sum_{j=1}^p c_j$ colunas. Cada elemento desta matriz é igual a 1 ou 0, conforme o indivíduo escolha ou não uma qualquer categoria de uma dada questão, pelo que a soma de cada linha é constante e corresponde ao número de questões, ou seja, $g_{i.} = p$ ($i = 1, \dots, n$). Por sua vez, a soma $g_{.h}$ ($h = 1, \dots, c$) de cada coluna indica o número de indivíduos que escolheram a respetiva categoria. Consequentemente, a soma de todos os elementos da matriz \mathbf{G} é igual a np . No exemplo, o quadro disjuntivo completo (onde os blocos indicam as respostas a cada questão) é

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

e portanto, o número de colunas é $c = \sum_{j=1}^4 c_j = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$, e o número de linhas é 5; por sua vez a soma de cada linha é 4 (o número de questões) e as somas das colunas são 3, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 2 e 1 respetivamente (o número de indivíduos que responderam a cada categoria). A soma de cada bloco é igual a 5 (n) e a soma do número total de elementos é $np = 20$. É importante sublinhar que em cada bloco da matriz \mathbf{G} o número 1 só pode aparecer uma vez em cada linha.

Procede-se em seguida ao cruzamento de todas as variáveis binárias duas a duas, de modo a obter uma matriz \mathbf{B} cuja diagonal principal é composta pelas frequências

absolutas das respostas às categorias (número de indivíduos que escolheram a categoria correspondente à respetiva coluna) e se designa por quadro de Burt, ou seja, $\mathbf{B} = \mathbf{G}'\mathbf{G}$ (note-se que esta matriz tem p^2 blocos). No exemplo, tem-se

$$\mathbf{B} = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

e note-se que \mathbf{B} tem $4^2 = 16$ blocos. A partir desta matriz, define-se ainda a matriz diagonal \mathbf{D} cujos blocos diagonais são os do quadro de Burt, o que significa que os elementos da diagonal principal de \mathbf{D} correspondem às frequências absolutas das respostas às categorias. Assim, esta matriz tem também p^2 blocos. No exemplo,

$$\mathbf{D} = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

Consequentemente, o peso de cada indivíduo é $1/n$ ($1/5 = 0.2$, no exemplo), o peso de cada categoria é a sua frequência relativa, ou seja, $g_h/(np)$ (no exemplo, para a primeira categoria da primeira questão, temos $3/(5 \times 4) = 0.15$).

A Análise das Correspondências Múltiplas é uma Análise das Correspondências do quadro disjuntivo completo. Assim, a partir deste quadro, calculam-se os perfis-linha:

$$\left(\frac{g_{i1}}{g_i}, \frac{g_{i2}}{g_i}, \dots, \frac{g_{ic}}{g_i} \right) = \left(\frac{g_{i1}}{p}, \frac{g_{i2}}{p}, \dots, \frac{g_{ic}}{p} \right) \quad i = 1, \dots, n$$

e os perfis-coluna:

$$\left(\frac{g_{1h}}{g_h}, \frac{g_{2h}}{g_h}, \dots, \frac{g_{nh}}{g_h} \right) \quad h = 1, \dots, c.$$

No exemplo, o quadro dos perfis-linha é

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 \end{array} \right]$$

e o quadro dos perfis-coluna é

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 0 & 1/1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/1 & 1/2 & 0 & 0 & 1/1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 1/1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/1 \end{array} \right].$$

A partir do quadro disjuntivo completo \mathbf{G} , calculam-se as distâncias do qui-quadrado entre os pares de indivíduos e entre os pares de categorias, sendo assim possível determinar a proximidade entre indivíduos (dois indivíduos estão próximos se escolherem globalmente as mesmas categorias), entre categorias de diferentes questões (duas categorias estão próximas se globalmente disserem respeito aos mesmos indivíduos ou a indivíduos semelhantes) e entre categorias da mesma questão. Deste modo, o quadrado da distância entre duas categorias h_1 e h_2 é

$$d^2(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^n n \left(\frac{g_{ih_1}}{g_{.h_1}} - \frac{g_{ih_2}}{g_{.h_2}} \right)^2$$

e o quadrado da distância entre dois indivíduos i_1 e i_2 é

$$d^2(i_1, i_2) = \frac{1}{p} \sum_{h=1}^c \frac{n}{g_{.h}} (g_{i_1h} - g_{i_2h})^2.$$

A matriz a diagonalizar numa ACM é

$$\mathbf{S} = \frac{1}{p} \mathbf{G}' \mathbf{G} \mathbf{D}^{-1} = \frac{1}{p} \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1}$$

e representam-se os seus valores próprios e os vetores próprios associados por λ_h e γ_h respetivamente ($h = 1, \dots, c$), a partir dos quais se obtêm os fatores dos pontos-linha:

$$\psi_h = \mathbf{D}^{-1} \gamma_h.$$

De forma semelhante, é possível obter os fatores dos pontos-coluna φ_h , mas é também possível recorrer às relações de transição entre os dois tipos de fatores:

$$\varphi_h = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G}' \psi_h; \quad \psi_h = \frac{1}{p\sqrt{\lambda_h}} \mathbf{G} \varphi_h. \quad (4.6)$$

Os fatores φ_h e ψ_h , de norma λ_h , representam respetivamente as coordenadas dos pontos-linha e pontos-coluna no h -ésimo eixo fatorial e, a partir das relações (4.6), a coordenada da s -ésima categoria no h -ésimo fator é

$$\varphi_{hs} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{i=1}^n \frac{g_{is}}{g_{.s}} \psi_{hi} = \frac{1}{g_{.s} \sqrt{\lambda_h}} \sum_{i \in n(s)} \psi_{hi},$$

onde $n(s)$ representa o conjunto dos indivíduos que escolheram a categoria s , e a coordenada do i -ésimo indivíduo no h -ésimo fator é

$$\psi_{hi} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{s=1}^c \frac{g_{is}}{g_{i.}} \varphi_{hs} = \frac{1}{p \sqrt{\lambda_h}} \sum_{s \in c(i)} \varphi_{hs},$$

onde $c(i)$ representa o conjunto de categorias escolhidas pelo i -ésimo indivíduo.

Sendo o centro de gravidade global o vetor $\mathbf{\Gamma}$ de $(n \times 1)$ elementos todos iguais a $1/n$, o quadrado da distância de uma categoria a $\mathbf{\Gamma}$ é dada por

$$d^2(h, \mathbf{\Gamma}) = n \sum_{h=1}^c \left(\frac{g_{ih}}{g_{.h}} - \frac{1}{n} \right)^2 = \frac{n}{g_{.h}} - 1,$$

pelo que se conclui que esta distância é tanto maior quanto menor for a frequência absoluta da categoria.

Define-se ainda a inércia associada a uma categoria como

$$I(h) = \frac{g_{.h}}{np} d^2(h, \mathbf{\Gamma}) = \frac{1}{p} \left(1 - \frac{g_{.h}}{n} \right),$$

pelo que se conclui que esta inércia é tanto maior quanto menor for a frequência absoluta desta e o máximo, $1/p$, é atingido quando a frequência absoluta for nula. A inércia associada a uma questão é

$$I(j) = \sum_{h=1}^{c_j} I(h) = \frac{1}{p} (c_j - 1).$$

Consequentemente, esta inércia é função crescente do número das categorias da questão. Por fim, a inércia total é

$$I = \sum_{j=1}^p I(j) = \frac{c}{p} - 1$$

e, por isso, quando todas as questões têm o mesmo número de b categorias, a inércia total

é $b - 1$. Conclui-se também que a inércia total não depende dos dados, e nomeadamente das relações entre as questões, mas unicamente do número de questões e de categorias, ou seja, do formato do questionário.

A proporção da inércia da nuvem explicada pela j -ésima questão designa-se por contribuição absoluta (Cta) e é dada por

$$\text{Cta}_j = \frac{c_j - 1}{c - p}.$$

A parte da variância do h -ésimo fator (eixo) explicada pela mesma questão designa-se por contribuição relativa (Ctr) e é dada por

$$\text{CTR}_{hj} = \frac{1}{\lambda_h} \sum_{s=1}^{c_j} f_s (\psi_{hs})^2$$

onde $f_s = \frac{g_s/n}{p}$ é o peso da categoria s (relembre-se que g_s indica o número dos indivíduos que escolheram esta categoria) e ψ_{hs} é a sua coordenada no fator (eixo) h .

A qualidade de representação no h -ésimo fator da categoria s é dada por

$$\cos^2 \theta_{hs} = \frac{g_s/n}{1 - g_s/n} (\psi_{hs})^2$$

onde θ_{hs} ($0 \leq \theta_{hs} \leq \pi$) é o ângulo formado pela categoria s com o fator principal h .

4.4.1 Aplicações

Procede-se agora à realização de uma Análise das Correspondências Múltiplas (ACM) do quadro de dados, cujos resultados, por serem demasiado extensos, não são apresentados na totalidade¹.

4.4.1.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

A Tabela 4.9 apresenta os valores próprios e a percentagem de variância explicada por cada fator (são apresentados apenas os 30 maiores valores próprios porque os restantes têm valores muito reduzidos, pelo que têm uma contribuição quase irrelevante para a variância total). Sendo a variância total, ou seja, a soma dos valores próprios igual a 3.8235 e existindo 85 categorias (17 questões \times 5 categorias), a variância média é

¹Os resultados completos podem ser disponibilizados pela autora.

$3.8235/85 = 0.045$. Neste caso, os primeiros 30 fatores têm uma variância superior à média, explicando 80.8% da variância total, pelo que seriam estes os fatores a reter para análise, o que seria demasiado extenso.

Tabela 4.9: Valores próprios e variância explicada – ACM (IHCPI)

Fatores	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	0.344	8.99	8.99
2	0.252	6.58	15.56
3	0.180	4.70	20.27
4	0.151	3.95	24.22
5	0.147	3.85	28.07
6	0.135	3.53	31.60
7	0.123	3.22	34.82
8	0.114	2.98	37.80
9	0.108	2.83	40.63
10	0.104	2.71	43.34
11	0.099	2.59	45.93
12	0.095	2.49	48.42
13	0.092	2.42	50.84
14	0.090	2.34	53.18
15	0.086	2.24	55.42
16	0.083	2.17	57.58
17	0.081	2.11	59.70
18	0.078	2.05	61.74
19	0.076	1.99	63.73
20	0.074	1.94	65.67
21	0.072	1.88	67.55
22	0.069	1.81	69.36
23	0.063	1.66	71.02
24	0.061	1.59	72.62
25	0.057	1.49	74.10
26	0.055	1.44	75.55
27	0.054	1.42	76.97
28	0.051	1.33	78.31
29	0.048	1.27	79.57
30	0.045	1.19	80.76

Assim, a título ilustrativo, irá proceder-se à análise dos três primeiros fatores apenas, porque são os que têm valores próprios que se destacam claramente de todos os restantes. Para este efeito, a Tabela 4.10 mostra as coordenadas, as respectivas contribuições (Ctr)

e a qualidade da representação (\cos^2) das categorias a reter no primeiro fator, notando-se que, como é habitual neste tipo de análise, as Ctr e os \cos^2 são frequentemente muito baixos.

Foram então selecionadas as categorias cujas contribuições para a variância do fator são as mais elevadas e que no seu conjunto explicam 50.4% (cumprindo o critério de que a soma das Ctr atinja um valor entre 50% e 80%).

Tabela 4.10: Questões a reter
1º Fator – ACM (IHCPI)

Questões	Categoria	Coord.	Ctr	\cos^2
Q1	Muita	-0.95	4.90	0.42
Q2	Muita	-1.17	5.67	0.44
Q2	Pouca	0.95	2.57	0.18
Q3	Muita	-1.28	5.29	0.38
Q3	Pouca	0.87	2.45	0.18
Q5	Muita	-0.84	3.12	0.24
Q11	Muita	-1.08	3.61	0.26
Q11	Pouca	0.99	2.53	0.17
Q12	Muita	-1.39	4.00	0.27
Q13	Muita	-1.04	2.34	0.16
Q14	Muita	-0.89	3.04	0.23
Q15	Muita	-1.19	4.01	0.28
Q16	Muita	-1.23	2.73	0.18
Q17	Muita	-1.14	4.17	0.30

Assim, conclui-se que o primeiro fator opõe os idosos que atribuem muita importância às motivações para ir às compras “Comprar algo novo para substituir algo antigo” (questão 1), “Criar uma nova “imagem” para mim e para a minha casa” (questão 2), “Sentir-me um pioneiro comprando produtos inovadores” (questão 3), “Conseguir encontrar uma verdadeira pechincha” (questão 5), “Ir às compras com pessoas com gostos semelhantes aos meus” (questão 11), “Falar e trocar opiniões com o vendedor e outros clientes” (questão 12), “Fazer da ida às compras um passeio com alguém conhecido” (questão 13), “Ser atendido/a por um vendedor que procura agradar” (questão 14), “Ter um funcionário a apresentar os produtos para a minha escolha” (questão 15), “Ouvir música e ver animações alusivas a uma campanha do estabelecimento” (questão 16) e “Experimentar uma amostra de um produto ou passar pelo espaço de livraria” (questão 17) aos idosos que atribuem pouca importância às motivações “Criar uma

nova “imagem” para mim e para a minha casa”, (questão 2) “Sentir-me um pioneiro comprando produtos inovadores” (questão 3) e “Ir às compras com pessoas com gostos semelhantes aos meus” (questão 11). No essencial, este fator mantém o significado da primeira componente ou primeiro fator dos métodos anteriores, acrescentando algumas motivações que apontam no mesmo sentido e que reforçam as conclusões extraídas.

Para a análise do segundo fator, retêm-se as categorias cujas contribuições para a variância do fator explicam no seu conjunto 51.2% (Tabela 4.11).

Tabela 4.11: Questões a reter
2º Fator – ACM (IHCPI)

Questões	Categoria	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	Nenhuma	-1.45	3.71	0.17
Q2	Nenhuma	-1.11	4.56	0.23
Q3	Nenhuma	-0.77	4.25	0.26
Q9	Alguma	0.77	2.70	0.14
Q11	Nenhuma	-1.01	5.94	0.34
Q12	Nenhuma	-1.17	5.49	0.28
Q12	Bastante	0.77	3.49	0.20
Q13	Nenhuma	-0.83	5.78	0.39
Q13	Bastante	0.85	3.54	0.19
Q15	Nenhuma	-1.16	2.85	0.13
Q16	Nenhuma	-0.88	5.45	0.33
Q17	Nenhuma	-1.14	3.44	0.17

Assim, conclui-se que o segundo fator opõe os idosos que atribuem nenhuma importância às motivações para ir às compras “Comprar algo novo para substituir algo antigo” (questão 1), “Criar uma nova “imagem” para mim e para a minha casa” (questão 2), “Sentir-me um pioneiro comprando produtos inovadores” (questão 3), “Ir às compras com pessoas com gostos semelhantes aos meus” (questão 11), “Falar e trocar opiniões com o vendedor e outros clientes” (questão 12), “Fazer da ida às compras um passeio com alguém conhecido” (questão 13), “Ter um funcionário a apresentar os produtos para a minha escolha” (questão 15), “Ouvir música e ver animações alusivas a uma campanha do estabelecimento” (questão 16) e “Experimentar uma amostra de um produto ou passar pelo espaço de livraria” (questão 17) aos idosos que atribuem alguma importância à motivação “Encontrar exatamente o que procuro” (questão 9) e bastante importância às motivações “Falar e trocar opiniões com o vendedor e outros clientes” (questão 12) e “Fazer da ida às compras um passeio com alguém conhecido” (questão

13). Verifica-se portanto que este fator conduz a conclusões semelhantes ao anterior, incidindo sobre quase as mesmas motivações, mas com as categorias opostas (“Muita” no primeiro fator e “Nenhuma” no segundo). Consequentemente, este fator pouco ou nada acrescenta à caracterização dos hábitos de consumo dos idosos, o que permite até afirmar que o primeiro é suficiente para essa caracterização ou que os dois fatores podem ser analisados em conjunto ou em simultâneo.

O terceiro fator volta a destacar um padrão das motivações de consumo semelhante ao dos dois fatores anteriores, incidindo sobre a grande maioria dessas motivações e em categorias muito próximas, ou seja, as motivações selecionadas para a análise deste fator são quase as mesmas dos dois anteriores, apenas diferindo as categorias. Consequentemente, o significado do fator distingue-se dos anteriores essencialmente pelo nível de importância das motivações, não sendo por isso fundamental proceder à sua análise.

Por fim, é de referir que, uma vez que se realizou apenas uma análise parcial e exemplificativa dos resultados desta ACM, não são apresentadas as representações gráficas das categorias nos fatores, pois tal não se justificaria face aos objetivos aqui pretendidos (o mesmo se aplica ao conjunto de dados seguinte).

4.4.1.2 Inquérito social europeu

A Tabela 4.12 apresenta os valores próprios e a percentagem de variância explicada pelos primeiros 27 fatores, totalizando 80% da variância total (como esta percentagem é um valor elevado, optou-se por apresentar apenas estes fatores, omitindo os restantes, cuja contribuição para a variância total já é quase irrelevante). Sendo a variância total (soma dos valores próprios) igual a 3.8572 e existindo 126 categorias (21 questões \times 6 categorias), a variância média é $3.8572/126 = 0.031$, pelo que os primeiros 37 fatores têm uma variância superior à média, explicando 90.2% da variância total. Analisar um número tão elevado de fatores seria demasiado extenso e muitos deles não acrescentariam nada de relevante.

Assim, a título ilustrativo, irá proceder-se à análise dos três primeiros fatores apenas, porque são os que têm valores próprios que se destacam claramente de todos os restantes. Para este efeito, a Tabela 4.13 mostra as coordenadas, as respectivas contribuições (Ctr) e a qualidade da representação (\cos^2) das categorias a reter no primeiro fator, notando-se que, como é habitual neste tipo de análise, as Ctr e os \cos^2 são frequentemente muito baixos. Foram então selecionadas as categorias cujas contribuições para a variância do fator são as mais elevadas e que no seu conjunto explicam 51.1% dessa variância.

Tabela 4.12: Valores próprios e variância explicada – ACM (ISE)

Fatores	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	0.356	9.24	9.24
2	0.250	6.47	15.71
3	0.195	5.05	20.76
4	0.159	4.13	24.89
5	0.157	4.06	28.95
6	0.150	3.90	32.85
7	0.140	3.62	36.47
8	0.132	3.43	39.90
9	0.123	3.19	43.09
10	0.119	3.08	46.17
11	0.115	2.98	49.15
12	0.107	2.77	51.92
13	0.100	2.59	54.51
14	0.095	2.46	56.97
15	0.087	2.27	59.23
16	0.085	2.20	61.43
17	0.083	2.16	63.59
18	0.078	2.02	65.61
19	0.073	1.89	67.50
20	0.069	1.80	69.30
21	0.068	1.77	71.07
22	0.065	1.68	72.75
23	0.061	1.58	74.33
24	0.059	1.52	75.85
25	0.056	1.44	77.29
26	0.054	1.40	78.69
27	0.051	1.33	80.02

Tabela 4.13: Questões a reter
1º Fator – ACM (ISE)

Questões	Categoria	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	Exatamente como eu	-1.20	3.71	0.34
Q4	Exatamente como eu	-1.70	4.95	0.43
Q5	Exatamente como eu	-1.44	4.96	0.45
Q6	Exatamente como eu	-1.66	3.76	0.31
Q10	Exatamente como eu	-1.64	5.04	0.44
Q11	Exatamente como eu	-1.29	5.14	0.50
Q13	Exatamente como eu	-2.15	5.53	0.45
Q14	Exatamente como eu	-1.37	4.17	0.37
Q16	Exatamente como eu	-1.87	5.41	0.46
Q17	Exatamente como eu	-1.74	4.67	0.40
Q19	Exatamente como eu	-1.41	3.74	0.33

Assim, conclui-se que o primeiro fator define os homens que se sentem exatamente como as características “Um homem que dá importância a ter novas ideias e ser criativo. Gosta de fazer as coisas à sua maneira.” (questão 1), “Um homem que dá muita importância a poder mostrar as suas capacidades. Quer que as pessoas admirem o que faz.” (questão 4), “Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco” (questão 5), “Um homem que gosta de surpresas e está sempre à procura de coisas novas para fazer. Acha que é importante fazer muitas coisas diferentes na vida” (questão 6), “Um homem para quem é importante passar bons momentos. Gosta de tratar bem de si.” (questão 10), “Um homem para quem é importante tomar as suas próprias decisões sobre o que faz. Gosta de ser livre e não estar dependente dos outros” (questão 11), “Um homem para quem é importante ter sucesso. Gosta de receber o reconhecimento dos outros.” (questão 13), “Um homem para quem é importante que o Governo garanta a sua segurança, contra todas as ameaças. Quer que o Estado seja forte, de modo a poder defender os cidadãos.” (questão 14), “Um homem para quem é importante portar-se sempre como deve ser. Evita fazer coisas que os outros digam que é errado.” (questão 16), “Um homem para quem é importante que os outros lhe tenham respeito. Quer que as pessoas façam o que ele diz.” (questão 17) e “Um homem que acredita seriamente que as pessoas devem proteger a natureza. Proteger o ambiente é importante para ele.” (questão 19). Tal como no conjunto de dados anterior, este fator conserva no essencial o significado da primeira componente ou primeiro fator dos métodos anteriores, acrescentando algumas

Tabela 4.14: Questões a reter
2º Fator – ACM (ISE)

Questões	Categoria	Coord.	Ctr	cos ²
Q2	Não tem nada a ver comigo	-1.19	2.07	0.02
Q3	Nada parecido comigo	-2.11	2.18	0.12
Q4	Muito parecido comigo	0.69	2.70	0.20
Q4	Nada parecido comigo	-1.81	3.21	0.18
Q5	Muito parecido comigo	0.61	2.38	0.19
Q5	Um bocadinho parecido comigo	-1.12	3.08	0.19
Q5	Nada parecido comigo	-1.26	2.05	0.11
Q7	Muito parecido comigo	0.69	2.29	0.16
Q7	Nada parecido comigo	-0.98	3.02	0.19
Q8	Um bocadinho parecido comigo	-1.18	3.39	0.20
Q9	Muito parecido comigo	0.73	2.48	0.17
Q9	Um bocadinho parecido comigo	-0.66	2.03	0.14
Q10	Muito parecido comigo	0.63	2.14	0.16
Q13	Muito parecido comigo	0.76	3.39	0.26
Q14	Um bocadinho parecido comigo	-1.01	2.98	0.19
Q16	Muito parecido comigo	0.92	4.53	0.33
Q18	Um bocadinho parecido comigo	-1.23	4.04	0.25

características que reforçam a caracterização do perfil aí definido.

Para a análise do segundo fator, retêm-se as categorias cujas contribuições para a variância do fator explicam no seu conjunto 50% (Tabela 4.14).

Assim, conclui-se que o segundo fator opõe os homens que se sentem muito parecidos com as características “Um homem que dá muita importância a poder mostrar as suas capacidades. Quer que as pessoas admirem o que faz.” (questão 4), “Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco” (questão 5), “Um homem que acha que as pessoas devem fazer o que lhes mandam. Acha que as pessoas devem cumprir sempre as regras mesmo quando ninguém está a ver.” (questão 7), “Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar a atenção sobre si.” (questão 9), “Um homem para quem é importante passar bons momentos. Gosta de tratar bem de si.” (questão 10), “Um homem para quem é importante ter sucesso. Gosta de receber o reconhecimento dos outros.” (questão 13), “Um homem para quem é importante portar-se sempre como deve ser. Evita fazer coisas que os outros digam que é errado.” (questão 16) aos homens que sentem que não têm nada a ver com a característica “Um homem para quem

é importante ser rico. Quer ter muito dinheiro e coisas caras.” (questão 2), aos que se sentem nada parecidos com as características “Um homem que acha importante que todas as pessoas no mundo sejam tratadas igualmente. Acredita que todos devem ter as mesmas oportunidades na vida.” (questão 3), “Um homem que dá muita importância a poder mostrar as suas capacidades. Quer que as pessoas admirem o que faz.” (questão 4), “Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco” (questão 5) e “Um homem que acha que as pessoas devem fazer o que lhes mandam. Acha que as pessoas devem cumprir sempre as regras mesmo quando ninguém está a ver.” (questão 7) e aos que se sentem um bocadinho parecidos com as características “Um homem que dá importância a viver num sítio onde se sinta seguro. Evita tudo o que possa por a sua segurança em risco” (questão 5), “Um homem para quem é importante ouvir pessoas diferentes de si. Mesmo quando discorda de alguém continua a querer compreender essa pessoa.” (questão 8), “Um homem para quem é importante ser humilde e modesto. Tenta não chamar a atenção sobre si.” (questão 9), “Um homem para quem é importante que o Governo garanta a sua segurança, contra todas as ameaças. Quer que o Estado seja forte, de modo a poder defender os cidadãos.” (questão 14) e “Um homem para quem é importante ser leal com os amigos. Dedica-se às pessoas que lhe são próximas.” (questão 18).

Verifica-se portanto que este fator conduz a conclusões próximas do anterior, incidindo sobre quase as mesmas características, mas com outras categorias. Além disso, acrescenta algumas características que, por vezes, nem se enquadram com as outras, dificultando a análise. Consequentemente, este fator distingue-se do anterior essencialmente pelo grau de semelhança com as características e pouco acrescenta à caracterização do perfil de homem definido no fator anterior.

O terceiro fator volta a definir um perfil semelhante ao dos dois fatores anteriores, pois destaca a grande maioria das mesmas características (apenas acrescenta duas outras que reforçam as conclusões anteriores), distinguindo-se pelas categorias dessas características. Portanto, as características selecionadas para análise deste fator são semelhantes às dos dois fatores anteriores, mas as categorias, ou seja, o grau de semelhança com essas características, são diferentes. Consequentemente, o significado do fator distingue-se dos anteriores essencialmente pelo grau de semelhança com as características, não sendo por isso fundamental apresentar a sua análise.

Por não ter em conta a natureza ordinal destas variáveis, os resultados da ACM são de interpretação por vezes difícil, muito detalhados e nem sempre com grande sentido. Como trata todas as categorias individualmente, não consegue captar a ordenação des-

tas na respetiva variável, produzindo alguns resultados pouco organizados e de fraca relevância. Confirmando o que já era conhecido a priori, é possível então concluir que este método não é de facto apropriado para tratar dados de variáveis qualitativas ordinais, tendo apesar disso sido aplicado de forma a evidenciar esta conclusão.

Capítulo 5

Conclusão

Em muitas situações os atributos observados assumem uma natureza qualitativa e distinguem-se em grau ou intensidade, o que significa que têm uma natureza qualitativa ordinal. As variáveis qualitativas ordinais utilizam assim uma escala de medida composta por um conjunto de categorias ordenadas, isto é, existe uma hierarquia entre estas, estando definido um sentido de orientação. As escalas ordinais são muito utilizadas numa grande variedade de domínios, destacando-se a realização de inquéritos tendo em vista medir atitudes, opiniões, frequência de ocorrência de acontecimentos e intensidades.

A natureza destas variáveis levanta problemas específicos, nomeadamente a inexistência de um zero absoluto (categoria que indique ausência de todo o conteúdo inerente à grandeza medida pela escala) e o facto de se desconhecer a distância entre as categorias. O número e a definição destas categorias constituem também dificuldades na construção da escala, a que se junta ainda o risco de o significado atribuído por quem a define não ser necessariamente o mesmo de quem vai responder ao inquérito.

As características destas variáveis têm portanto de ser tidas em conta no tratamento de dados, não devendo ser utilizadas as técnicas desenvolvidas para dados quantitativos. Tendo em vista a comparação dos resultados de diferentes métodos de análise multivariada desenvolvidos especificamente para este tipo de variáveis, foram consideradas três formas principais de abordagem: em primeiro lugar, foram descritas diferentes técnicas de quantificação de categorias, permitindo assim dispor de dados quantitativos utilizados subsequentemente para a realização de uma Análise em Componentes Principais (ACP) Linear; em seguida, considerou-se uma ACP Linear, mas desta vez com recurso ao coeficiente de correlação de Spearman (apropriado para dados ordinais); em terceiro

lugar, abordou-se a Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA), que procede ela própria à quantificação ótima (escalamento ótimo) das categorias e em simultâneo realiza uma ACP; posteriormente, foi considerada a Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis adequada para este tipo de dados; por fim, apresentou-se ainda a Análise das Correspondências Múltiplas (ACM), por constituir uma generalização da Análise das Correspondências (AC) Simples, apesar de não ser capaz de ter em conta a natureza ordinal destas variáveis.

Os diferentes métodos foram aplicados a dois conjuntos de dados resultantes de inquéritos de opinião, constituídos por variáveis qualitativas ordinais: Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa (classificação do nível de importância das motivações pelas quais os inquiridos vão às compras segundo a escala “Nenhuma”, “Pouca”, “Alguma”, “Bastante” e “Muita”) e Inquérito social europeu (classificação do grau de semelhança dos inquiridos com diversas características segundo a escala “Exatamente como eu”, “Muito parecido comigo”, “Parecido comigo”, “Um bocadinho parecido comigo”, “Nada parecido comigo” e “Não tem nada a ver comigo”).

Os resultados obtidos por cada método foram analisados, produzindo conclusões sobre os padrões e perfis dos inquiridos. Finalmente, verificou-se que estas são as mesmas em todos os casos, com particularidades muito pequenas que resultam das especificidades de cada método e que não alteram o significado essencial dos resultados. Consequentemente, estes dois exemplos de aplicação sugerem que usar métodos apropriados para variáveis ordinais, mais ou menos elaborados, ou métodos mais básicos (como as técnicas de quantificação das categorias, mais ou menos rudimentares e mais ou menos baseadas nos dados) conduz a conclusões quase idênticas, pelo que a decisão sobre que método utilizar parece não exigir grande ponderação.

Bibliografia

Agresti, A. (2002), *Categorical Data Analysis*, 2^a ed., New Jersey: John Wiley & Sons.

Agresti, A. (2007), *An introduction to Categorical Data Analysis*, 2^a ed., New Jersey: John Wiley & Sons.

Agresti, A. (2010), *Analysis of Ordinal Categorical Data*, 2^a ed., New Jersey: John Wiley & Sons.

Benzécri, J. P. (1969), “Statistical analysis as a tool to make patterns emerge from data” in *Methodologies of Pattern Recognition*, Watanabe (editor), New York: Academic Press, pp. 35-74.

Benzécri, J. P. e Laboratoire de Statistique Mathématique de L’Université de Paris VI (1973), *L’Analyse des Données, tome I: La Taxinomie*, Paris: Dunod.

Benzécri, J. P. e Laboratoire de Statistique Mathématique de L’Université de Paris VI (1973), *L’Analyse des Données, tome II: Analyse des Correspondances*, Paris: Dunod.

Benzécri, F. e Benzécri, J. P. (1984), *Pratique de L’Analyse des Données, 1 Analyse des Correspondances & Classification*, Paris: Dunod.

Bross, I. (1958), “How to use Ridit analysis”, *Biometrics*, Vol.14, pp. 18-38.

Burt, C. (1950), “The factorial analysis of qualitative data”, *British Journal of Statitital Psychology*, Vol.3, pp. 166-185.

De Boor, C. (1978), *A Practical Guide to Splines*, New York: Springer.

De Leeuw, J. (2005), “Nonlinear Principal Component Analysis and Related Techniques”, *Department of Statistics Papers*, University of California, Los Angeles.

- De Leeuw, J.** e Van Rijckevorsel, J. (1988), *Component and Correspondence Analysis*, New York: John Wiley and Sons.
- Desu, M. M.** e Raghavarao, D. (2004), *Nonparametric Statistical Methods for Complete and Censored Data*, Boca Raton: Chapman and Hall/CRC.
- Escofier, B.** (2003), *Analyse des Correspondances: Recherches au Coeur de l'Analyse des Données*, Rennes: Presses Universitaires de Rennes.
- Escofier, B.** e Pagès, J. (1998), *Analyses Factorielles Simples et Multiples: Objectifs, Méthodes et Interprétation*, 3^a ed., Paris: Dunod.
- Fisher, R. A.** (1940), "The precision of discriminant functions", *Annals of Eugenics*, Vol.10, pp. 422-429.
- Gifi, A.** (1990), *Nonlinear Multivariate Analysis*, New York: John Wiley & Sons.
- Gower, J. C.** (1967), "Multivariate analysis and multidimensional geometry", *Statistician*, Vol.17, pp. 13-28.
- Greenacre, M.** (2007), *Correspondence Analysis in Practice*, 2^a ed., Boca Raton: Chapman and Hall/CRC.
- Hotelling, H.** (1933), "Analysis of a complex of statistical variables into principal components", *Journal of Educational Psychology*, Vol.24, pp. 417-441.
- Jeffers, J. N. R.** (1967), "Two case studies in the application of principal component analysis", *Applied Statistics*, Vol.16, pp. 225-236.
- Kampen, J.** e Swyngedouw, M. (2000), "The ordinal controversy revisited", *Quality & Quantity*, Vol.34, pp. 87-102.
- Lavado, N.** (2004), "Análise em Componentes Principais Não-Linear", Dissertação não publicada de Mestrado em Estatística e Gestão de Informação, Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação, Universidade Nova de Lisboa.
- Lebart, L., Morineau, A.** e Piron, M. (1995). *Statistique Exploratoire Multidimensionnelle*, Paris: Dunod.
- Le Roux, B.** e Rouanet, H. (2010), *Multiple Correspondence Analysis*, California: Sage Publications Inc.

Le Roux, B. (2014). *Analyse Géométrique des Données Multidimensionnelles*, Paris: Dunod.

Leal, I. e Maroco, J. (2010), *Avaliação em Sexualidade e Parentalidade*, Porto: Legis Editora.

Lemos, C. (2013), “Rico Manto de Trapos – nova idade, nova fonte de riqueza para o retalho”, Dissertação não publicada de Mestrado em Marketing, Faculdade de Economia, Universidade do Porto.

Linting, M., Meulman, J., Kooij, A. e Groenen, P. (2007), “Nonlinear Principal Components Analysis: Introduction and Application”, *Psychological Methods*, Vol.12, Nº 3, pp. 336-358.

Maroco, J. (2011), *Análise Estatística com o SPSS Statistics*, 5^a ed., Portugal: Report Number.

Meulman, J. (1992), “The integration of multidimensional scaling and multivariate analysis with optimal transformation of the variables”, *Psychometrika*, Vol.57, pp. 539-565.

Meulman, J., Kooij, A. e Heiser, W. (2004), “Principal Components analysis with nonlinear optimal scaling transformations for ordinal and nominal data” in *The SAGE Handbook of Quantitative Methodology for the Social Sciences*, David Kaplan (editor), California: Sage Publications Inc., Cap. 3, pp. 49-70.

Moreau, J., Doudin, P. A. e Cazes, P. (2000), *L'Analyse des Correspondences et les Techniques Connexes*, Berlim: Springer-Verlag.

Pearson, K. (1901), “On lines and planes of closest fit to systems of points in space”, *Philosophical Magazine*, Vol. 2, Nº 6, pp. 559-572.

Ramsay, J. O. (1988), “Monotone regression splines in action”, *Statistical Science*, Vol. 4, pp. 425-441.

Rao, C. R. (1964), “The use and interpretation of principal component analysis in applied research”, *Sankhya A*, Vol. 26, pp. 329-358.

Rodrigues, P. (2007), “Componentes Principais – o método e suas generalizações”, Dissertação não publicada de Mestrado em Estatística, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

Schoenberg, I. J. (1946), “Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions, Parts A and B”, *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 4, pp. 45-99; pp. 112-141.

Schumaker, L. (1981), *Spline Functions: Basic Theory*, New York: John Wiley & Sons.

Sharma, S. (1996), *Applied Multivariate Techniques*, New York: John Wiley & Sons.

Winsberg, S. e Ramsay, J. O. (1983), “Monotone spline transformations for dimension reduction”, *Psychometrika*, Vol. 48, pp. 575-595.

Apêndice A

Análise em Componentes Principais Linear

A.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Resultados

Método: Números Inteiros Ordenados e Índice

Tabela A.1: Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.73	1.00							
Q3	0.67	0.76	1.00						
Q4	0.29	0.25	0.14	1.00					
Q5	0.45	0.42	0.41	0.39	1.00				
Q6	0.30	0.23	0.17	0.51	0.33	1.00			
Q7	-0.15	-0.05	-0.16	0.11	-0.03	0.16	1.00		
Q8	-0.10	-0.01	-0.07	0.01	0.12	-0.01	0.66	1.00	
Q9	0.17	0.17	0.03	0.38	0.08	0.35	0.01	-0.02	1.00
Q10	0.15	0.08	0.05	0.26	0.06	0.29	-0.03	-0.06	0.42
Q11	0.12	0.10	0.13	0.05	0.31	0.01	0.14	0.15	-0.06
Q12	0.39	0.35	0.49	0.00	0.38	0.15	0.08	0.16	-0.18
Q13	0.23	0.19	0.27	-0.01	0.26	-0.04	-0.02	0.18	-0.15
Q14	0.11	0.17	0.19	0.19	0.31	0.07	0.09	0.20	0.15
Q15	0.24	0.27	0.28	0.08	0.29	0.10	0.05	0.10	0.22
Q16	0.38	0.34	0.44	-0.07	0.33	0.09	-0.18	-0.12	-0.10
Q17	0.41	0.39	0.43	0.02	0.28	0.16	-0.17	-0.09	0.11

Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1,00							
Q11	-0.10	1.00						
Q12	-0.09	0.45	1.00					
Q13	-0.10	0.59	0.54	1.00				
Q14	0.06	0.47	0.45	0.31	1.00			
Q15	0.08	0.26	0.39	0.23	0.58	1.00		
Q16	0.03	0.24	0.43	0.35	0.25	0.40	1.00	
Q17	0.06	0.17	0.37	0.22	0.32	0.41	0.54	1.00

Tabela A.2: Valores próprios e variância explicada – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.7534	27.96	27.96
2	2.4061	14.15	42.11
3	2.0789	12.23	54.34
4	1.3555	7.97	62.32
5	1.0671	6.28	68.59
6	0.7970	4.69	73.28
7	0.7895	4.64	77.93
8	0.6022	3.54	81.47
9	0.5625	3.31	84.78
10	0.4601	2.71	87.48
11	0.4344	2.56	90.04
12	0.4189	2.46	92.50
13	0.3272	1.92	94.43
14	0.2897	1.70	96.13
15	0.2722	1.60	97.73
16	0.2075	1.22	98.95
17	0.1778	1.05	100.00

Tabela A.3: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	-0.31	0.10	0.23	0.05	-0.30	0.09	-0.04	0.00	0.11	0.01	0.11	0.01	-0.06	0.00	-0.01	0.00
Q2	0.71	0.51	-0.26	0.07	0.17	0.03	-0.36	0.13	-0.20	0.04	0.07	0.00	0.28	0.08	-0.06	0.00	0.00	0.00
Q3	0.75	0.56	-0.12	0.01	0.31	0.10	-0.30	0.09	-0.16	0.02	0.07	0.00	0.17	0.03	0.02	0.00	0.15	0.02
Q4	0.31	0.10	-0.56	0.31	-0.41	0.17	-0.09	0.01	0.38	0.14	-0.22	0.05	0.09	0.01	0.02	0.00	0.01	0.00
Q5	0.66	0.43	-0.10	0.01	-0.14	0.02	-0.17	0.03	0.28	0.08	-0.28	0.08	-0.02	0.00	0.42	0.18	-0.28	0.08
Q6	0.35	0.12	-0.54	0.29	-0.33	0.11	-0.11	0.01	0.18	0.03	-0.13	0.02	-0.48	0.23	-0.24	0.06	0.17	0.03
Q7	-0.05	0.00	0.18	0.03	-0.76	0.57	-0.34	0.11	-0.32	0.11	0.02	0.00	-0.17	0.03	-0.11	0.01	0.02	0.00
Q8	0.06	0.00	0.33	0.11	-0.69	0.48	-0.32	0.10	-0.34	0.12	0.11	0.01	0.02	0.00	0.15	0.02	-0.20	0.04
Q9	0.16	0.03	-0.62	0.39	-0.33	0.11	0.37	0.14	-0.11	0.01	0.14	0.02	0.25	0.06	-0.27	0.07	-0.21	0.04
Q10	0.12	0.02	-0.55	0.31	-0.19	0.04	0.31	0.10	-0.03	0.00	0.59	0.35	-0.18	0.03	0.35	0.12	0.11	0.01
Q11	0.47	0.22	0.49	0.24	-0.26	0.07	0.14	0.02	0.43	0.18	0.15	0.02	0.08	0.01	-0.19	0.04	-0.12	0.01
Q12	0.71	0.50	0.40	0.16	-0.03	0.00	-0.11	0.01	0.04	0.00	0.05	0.00	-0.15	0.02	-0.03	0.00	0.38	0.15
Q13	0.52	0.27	0.51	0.27	-0.04	0.00	-0.01	0.00	0.35	0.12	0.37	0.14	0.03	0.00	-0.12	0.01	-0.11	0.01
Q14	0.55	0.31	0.25	0.06	-0.36	0.13	0.46	0.21	-0.01	0.00	-0.18	0.03	0.22	0.05	0.09	0.01	0.20	0.04
Q15	0.59	0.35	0.12	0.01	-0.17	0.03	0.47	0.22	-0.33	0.11	-0.21	0.04	0.11	0.01	0.06	0.00	0.12	0.02
Q16	0.64	0.40	0.17	0.03	0.33	0.11	0.16	0.03	-0.12	0.01	0.00	0.00	-0.41	0.17	0.12	0.02	-0.18	0.03
Q17	0.64	0.41	0.00	0.00	0.24	0.06	0.25	0.06	-0.29	0.08	-0.10	0.01	-0.24	0.06	-0.22	0.05	-0.28	0.08

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (IHCPI) (cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.04	0.00	-0.04	0.00	-0.01	0.00	0.26	0.07	-0.24	0.06	-0.24	0.06	-0.08	0.01	-0.11	0.01
Q2	0.03	0.00	-0.13	0.02	-0.02	0.00	-0.08	0.01	0.13	0.02	-0.07	0.01	0.22	0.05	0.21	0.04
Q3	-0.03	0.00	-0.01	0.00	-0.02	0.00	-0.19	0.04	0.16	0.03	0.17	0.03	-0.20	0.04	-0.16	0.03
Q4	-0.09	0.01	-0.15	0.02	0.39	0.15	0.03	0.00	-0.07	0.00	0.14	0.02	-0.06	0.00	0.07	0.00
Q5	0.03	0.00	0.14	0.02	-0.24	0.06	0.05	0.00	0.03	0.00	0.07	0.00	0.10	0.01	-0.06	0.00
Q6	0.06	0.00	0.14	0.02	-0.09	0.01	-0.08	0.01	0.16	0.03	-0.17	0.03	-0.03	0.00	0.01	0.00
Q7	0.08	0.01	-0.25	0.06	-0.02	0.00	0.06	0.00	-0.02	0.00	0.11	0.01	0.14	0.02	-0.17	0.03
Q8	-0.10	0.01	0.18	0.03	0.07	0.00	-0.07	0.00	-0.01	0.00	-0.11	0.01	-0.18	0.03	0.13	0.02
Q9	0.14	0.02	0.19	0.04	-0.12	0.01	-0.14	0.02	-0.16	0.03	0.12	0.01	0.02	0.00	-0.02	0.00
Q10	-0.11	0.01	-0.10	0.01	-0.04	0.00	0.07	0.01	0.06	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00
Q11	0.04	0.00	-0.30	0.09	-0.25	0.06	0.04	0.00	0.06	0.00	0.01	0.00	-0.14	0.02	0.08	0.01
Q12	-0.07	0.00	0.19	0.03	-0.10	0.01	0.04	0.00	-0.23	0.05	0.19	0.04	0.04	0.00	0.12	0.01
Q13	0.06	0.00	0.23	0.05	0.28	0.08	0.00	0.00	0.11	0.01	-0.03	0.00	0.12	0.02	-0.10	0.01
Q14	-0.23	0.05	-0.07	0.01	0.00	0.00	-0.20	0.04	-0.06	0.00	-0.21	0.04	0.07	0.01	-0.10	0.01
Q15	0.31	0.10	0.06	0.00	0.09	0.01	0.24	0.06	0.16	0.03	0.02	0.00	-0.05	0.00	0.04	0.00
Q16	0.25	0.06	-0.17	0.03	0.14	0.02	-0.24	0.06	-0.16	0.02	-0.02	0.00	-0.02	0.00	0.03	0.00
Q17	-0.41	0.17	0.00	0.00	0.02	0.00	0.13	0.02	0.06	0.00	0.08	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00

Método: Ridits

Tabela A.4: Matriz de correlações – ACP Ridits (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.73	1.00							
Q3	0.67	0.75	1.00						
Q4	0.29	0.26	0.09	1.00					
Q5	0.42	0.42	0.40	0.41	1.00				
Q6	0.29	0.23	0.16	0.50	0.36	1.00			
Q7	-0.21	-0.12	-0.25	0.09	-0.09	0.14	1.00		
Q8	-0.17	-0.08	-0.12	-0.05	0.04	-0.01	0.63	1.00	
Q9	0.19	0.19	0.04	0.42	0.16	0.39	-0.01	-0.09	1.00
Q10	0.19	0.14	0.06	0.34	0.12	0.35	-0.01	-0.12	0.50
Q11	0.12	0.11	0.13	0.06	0.32	-0.02	0.10	0.15	-0.04
Q12	0.38	0.35	0.50	0.00	0.38	0.14	0.03	0.11	-0.18
Q13	0.21	0.18	0.26	-0.02	0.24	-0.09	-0.02	0.20	-0.14
Q14	0.11	0.17	0.18	0.20	0.34	0.04	0.06	0.20	0.17
Q15	0.24	0.26	0.28	0.04	0.30	0.06	0.03	0.07	0.21
Q16	0.37	0.32	0.42	-0.08	0.31	0.07	-0.19	-0.11	-0.13
Q17	0.42	0.39	0.41	0.07	0.31	0.19	-0.23	-0.15	0.14

Matriz de correlações – ACP Ridits (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.06	1.00						
Q12	-0.05	0.45	1.00					
Q13	-0.09	0.58	0.54	1.00				
Q14	0.11	0.48	0.42	0.31	1.00			
Q15	0.12	0.26	0.39	0.23	0.62	1.00		
Q16	0.02	0.25	0.44	0.36	0.25	0.39	1.00	
Q17	0.10	0.18	0.37	0.21	0.33	0.42	0.53	1.00

Tabela A.5: Valores próprios e variância explicada – ACP Ridits (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.7658	28.03	28.03
2	2.5570	15.04	43.08
3	2.0972	12.34	55.41
4	1.3372	7.87	63.28
5	1.0187	5.99	69.27
6	0.8203	4.83	74.09
7	0.7562	4.45	78.54
8	0.5543	3.26	81.80
9	0.5232	3.08	84.88
10	0.4597	2.70	87.59
11	0.4349	2.56	90.14
12	0.4202	2.47	92.62
13	0.3268	1.92	94.54
14	0.2878	1.69	96.23
15	0.2625	1.54	97.77
16	0.2046	1.20	98.98
17	0.1737	1.02	100.00

Tabela A.6: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	0.26	0.07	0.26	0.07	-0.31	0.10	-0.05	0.00	-0.14	0.02	-0.08	0.01	0.07	0.01	-0.01	0.00
Q2	0.72	0.52	0.22	0.05	0.21	0.04	-0.36	0.13	-0.19	0.03	-0.30	0.09	0.03	0.00	0.07	0.00	0.01	0.00
Q3	0.73	0.54	0.04	0.00	0.36	0.13	-0.31	0.09	-0.16	0.02	-0.21	0.04	-0.01	0.00	-0.11	0.01	-0.05	0.00
Q4	0.32	0.10	0.57	0.33	-0.39	0.15	-0.12	0.01	0.34	0.12	0.01	0.00	0.22	0.05	0.03	0.00	0.02	0.00
Q5	0.67	0.45	0.12	0.01	-0.17	0.03	-0.13	0.02	0.27	0.07	0.14	0.02	0.38	0.14	-0.10	0.01	0.35	0.12
Q6	0.35	0.12	0.56	0.31	-0.32	0.10	-0.20	0.04	0.05	0.00	0.49	0.24	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.26	0.07
Q7	-0.16	0.03	-0.15	0.02	-0.73	0.53	-0.36	0.13	-0.33	0.11	0.10	0.01	-0.11	0.01	0.04	0.00	-0.08	0.01
Q8	-0.05	0.00	-0.37	0.14	-0.66	0.43	-0.35	0.13	-0.31	0.10	-0.05	0.00	-0.02	0.00	0.12	0.01	0.26	0.07
Q9	0.22	0.05	0.66	0.44	-0.32	0.10	0.30	0.09	-0.05	0.00	-0.25	0.06	-0.12	0.01	0.28	0.08	-0.06	0.00
Q10	0.21	0.05	0.59	0.35	-0.23	0.05	0.27	0.07	-0.02	0.00	-0.04	0.00	-0.53	0.28	-0.31	0.10	0.21	0.05
Q11	0.46	0.21	-0.47	0.22	-0.32	0.10	0.10	0.01	0.46	0.21	-0.11	0.01	-0.12	0.01	0.14	0.02	-0.11	0.01
Q12	0.69	0.47	-0.42	0.17	-0.04	0.00	-0.15	0.02	0.03	0.00	0.13	0.02	-0.10	0.01	-0.30	0.09	-0.30	0.09
Q13	0.49	0.24	-0.54	0.29	-0.10	0.01	-0.06	0.00	0.36	0.13	-0.10	0.01	-0.34	0.12	0.15	0.02	0.07	0.00
Q14	0.55	0.31	-0.24	0.06	-0.43	0.18	0.43	0.19	-0.04	0.00	-0.18	0.03	0.24	0.06	-0.14	0.02	-0.07	0.01
Q15	0.59	0.35	-0.16	0.02	-0.21	0.04	0.46	0.21	-0.39	0.15	-0.08	0.01	0.16	0.03	-0.12	0.01	-0.04	0.00
Q16	0.62	0.38	-0.26	0.07	0.28	0.08	0.15	0.02	-0.13	0.02	0.41	0.17	-0.14	0.02	0.03	0.00	0.30	0.09
Q17	0.66	0.43	0.00	0.00	0.20	0.04	0.28	0.08	-0.21	0.05	0.29	0.09	0.01	0.00	0.40	0.16	-0.07	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (IHCPI) (cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.12	0.01	-0.04	0.00	-0.03	0.00	-0.20	0.04	0.32	0.10	-0.18	0.03	0.02	0.00	0.10	0.01
Q2	0.08	0.01	-0.05	0.00	0.10	0.01	0.08	0.01	-0.05	0.00	0.12	0.01	-0.22	0.05	-0.20	0.04
Q3	-0.09	0.01	0.02	0.00	0.03	0.00	0.20	0.04	-0.14	0.02	0.10	0.01	0.21	0.05	0.18	0.03
Q4	0.37	0.14	0.18	0.03	-0.17	0.03	0.01	0.00	-0.09	0.01	0.00	0.00	0.13	0.02	-0.07	0.00
Q5	-0.25	0.06	-0.09	0.01	0.11	0.01	-0.17	0.03	-0.09	0.01	-0.01	0.00	-0.06	0.00	0.06	0.00
Q6	-0.18	0.03	-0.07	0.01	-0.07	0.00	0.16	0.02	0.17	0.03	0.14	0.02	-0.05	0.00	0.01	0.00
Q7	0.22	0.05	-0.15	0.02	0.09	0.01	-0.11	0.01	-0.17	0.03	0.00	0.00	-0.08	0.01	0.15	0.02
Q8	-0.18	0.03	0.18	0.03	-0.02	0.00	0.09	0.01	0.14	0.02	-0.04	0.00	0.13	0.02	-0.11	0.01
Q9	-0.23	0.05	-0.16	0.03	-0.11	0.01	0.06	0.00	-0.14	0.02	-0.21	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
Q10	0.02	0.00	0.12	0.01	0.17	0.03	-0.07	0.00	0.01	0.00	0.07	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00
Q11	0.06	0.00	-0.25	0.06	0.31	0.10	0.04	0.00	0.07	0.01	0.05	0.00	0.13	0.02	-0.06	0.00
Q12	-0.10	0.01	0.11	0.01	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.14	0.02	-0.22	0.05	0.01	0.00	-0.13	0.02
Q13	-0.06	0.00	0.11	0.01	-0.33	0.11	-0.04	0.00	-0.04	0.00	0.14	0.02	-0.12	0.01	0.08	0.01
Q14	0.08	0.01	0.19	0.04	0.07	0.01	0.22	0.05	0.12	0.01	-0.08	0.01	-0.16	0.02	0.12	0.02
Q15	0.02	0.00	-0.20	0.04	-0.22	0.05	-0.18	0.03	0.05	0.00	0.19	0.03	0.09	0.01	-0.06	0.00
Q16	0.20	0.04	-0.19	0.04	-0.09	0.01	0.22	0.05	-0.03	0.00	-0.14	0.02	0.00	0.00	-0.03	0.00
Q17	-0.01	0.00	0.30	0.09	0.19	0.04	-0.14	0.02	-0.07	0.01	0.06	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00

Método: Ordem Média

Tabela A.7: Matriz de correlações – ACP Ordem média (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.73	1.00							
Q3	0.67	0.75	1.00						
Q4	0.29	0.26	0.09	1.00					
Q5	0.42	0.42	0.40	0.41	1.00				
Q6	0.29	0.23	0.16	0.50	0.36	1.00			
Q7	-0.21	-0.12	-0.25	0.09	-0.09	0.14	1.00		
Q8	-0.17	-0.08	-0.12	-0.05	0.04	-0.01	0.63	1.00	
Q9	0.19	0.19	0.04	0.42	0.16	0.39	-0.01	-0.09	1.00
Q10	0.19	0.14	0.06	0.34	0.12	0.35	-0.01	-0.12	0.50
Q11	0.12	0.11	0.13	0.06	0.32	-0.02	0.10	0.15	-0.04
Q12	0.38	0.35	0.50	0.00	0.38	0.14	0.03	0.11	-0.18
Q13	0.22	0.18	0.26	-0.02	0.24	-0.09	-0.02	0.20	-0.14
Q14	0.11	0.17	0.18	0.20	0.34	0.04	0.06	0.20	0.17
Q15	0.24	0.26	0.28	0.04	0.30	0.06	0.03	0.07	0.21
Q16	0.37	0.32	0.42	-0.08	0.31	0.07	-0.19	-0.11	-0.13
Q17	0.42	0.39	0.41	0.07	0.31	0.19	-0.23	-0.15	0.14

Matriz de correlações – ACP Ordem média (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.06	1.00						
Q12	-0.05	0.45	1.00					
Q13	-0.09	0.58	0.54	1.00				
Q14	0.11	0.48	0.42	0.31	1.00			
Q15	0.12	0.26	0.39	0.23	0.62	1.00		
Q16	0.02	0.25	0.44	0.36	0.25	0.39	1.00	
Q17	0.10	0.18	0.37	0.21	0.33	0.42	0.53	1.00

Tabela A.8: Valores próprios e variância explicada – ACP Ordem média (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.7661	28.04	28.04
2	2.5566	15.04	43.07
3	2.0972	12.34	55.41
4	1.3373	7.87	63.28
5	1.0186	5.99	69.27
6	0.8202	4.82	74.09
7	0.7564	4.45	78.54
8	0.5543	3.26	81.80
9	0.5231	3.08	84.88
10	0.4598	2.70	87.59
11	0.4348	2.56	90.14
12	0.4201	2.47	92.62
13	0.3267	1.92	94.54
14	0.2879	1.69	96.23
15	0.2624	1.54	97.77
16	0.2046	1.20	98.98
17	0.1737	1.02	100.00

Tabela A.9: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	0.26	0.07	0.26	0.07	-0.31	0.10	-0.05	0.00	-0.14	0.02	-0.08	0.01	0.07	0.01	-0.01	0.00
Q2	0.72	0.52	0.22	0.05	0.21	0.04	-0.36	0.13	-0.19	0.03	-0.30	0.09	0.03	0.00	0.07	0.00	0.01	0.00
Q3	0.73	0.54	0.04	0.00	0.36	0.13	-0.31	0.09	-0.16	0.02	-0.21	0.04	-0.01	0.00	-0.11	0.01	-0.05	0.00
Q4	0.32	0.10	0.57	0.33	-0.39	0.15	-0.12	0.01	0.34	0.12	0.01	0.00	0.22	0.05	0.03	0.00	0.02	0.00
Q5	0.67	0.45	0.12	0.01	-0.17	0.03	-0.13	0.02	0.27	0.07	0.14	0.02	0.38	0.14	-0.10	0.01	0.35	0.12
Q6	0.35	0.12	0.56	0.31	-0.32	0.10	-0.20	0.04	0.05	0.00	0.49	0.24	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.25	0.06
Q7	-0.16	0.03	-0.15	0.02	-0.73	0.53	-0.36	0.13	-0.33	0.11	0.10	0.01	-0.11	0.01	0.04	0.00	-0.08	0.01
Q8	-0.05	0.00	-0.37	0.14	-0.66	0.43	-0.35	0.12	-0.31	0.10	-0.05	0.00	-0.02	0.00	0.12	0.01	0.26	0.07
Q9	0.22	0.05	0.66	0.44	-0.32	0.10	0.30	0.09	-0.05	0.00	-0.25	0.06	-0.12	0.01	0.28	0.08	-0.06	0.00
Q10	0.21	0.05	0.59	0.35	-0.23	0.05	0.27	0.07	-0.02	0.00	-0.04	0.00	-0.53	0.28	-0.31	0.10	0.21	0.05
Q11	0.46	0.21	-0.47	0.22	-0.32	0.10	0.10	0.01	0.45	0.21	-0.10	0.01	-0.12	0.01	0.14	0.02	-0.11	0.01
Q12	0.69	0.47	-0.41	0.17	-0.04	0.00	-0.15	0.02	0.03	0.00	0.13	0.02	-0.10	0.01	-0.30	0.09	-0.30	0.09
Q13	0.49	0.24	-0.54	0.29	-0.10	0.01	-0.06	0.00	0.36	0.13	-0.10	0.01	-0.34	0.12	0.15	0.02	0.07	0.00
Q14	0.55	0.31	-0.24	0.06	-0.43	0.18	0.43	0.19	-0.04	0.00	-0.18	0.03	0.24	0.06	-0.14	0.02	-0.07	0.00
Q15	0.59	0.35	-0.16	0.02	-0.21	0.04	0.46	0.21	-0.39	0.15	-0.08	0.01	0.16	0.03	-0.12	0.01	-0.04	0.00
Q16	0.62	0.38	-0.26	0.07	0.28	0.08	0.15	0.02	-0.13	0.02	0.41	0.17	-0.14	0.02	0.03	0.00	0.30	0.09
Q17	0.66	0.43	0.00	0.00	0.20	0.04	0.28	0.08	-0.21	0.05	0.29	0.08	0.01	0.00	0.40	0.16	-0.07	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (IHCPI)
(cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.12	0.01	-0.04	0.00	-0.03	0.00	-0.20	0.04	0.32	0.10	-0.18	0.03	0.02	0.00	0.10	0.01
Q2	0.08	0.01	-0.05	0.00	0.10	0.01	0.08	0.01	-0.05	0.00	0.12	0.01	-0.22	0.05	-0.20	0.04
Q3	-0.09	0.01	0.02	0.00	0.03	0.00	0.20	0.04	-0.14	0.02	0.10	0.01	0.21	0.05	0.17	0.03
Q4	0.37	0.14	0.18	0.03	-0.17	0.03	0.01	0.00	-0.09	0.01	0.00	0.00	0.13	0.02	-0.07	0.00
Q5	-0.25	0.06	-0.10	0.01	0.11	0.01	-0.17	0.03	-0.09	0.01	-0.01	0.00	-0.06	0.00	0.06	0.00
Q6	-0.18	0.03	-0.07	0.01	-0.07	0.01	0.16	0.02	0.17	0.03	0.14	0.02	-0.05	0.00	0.01	0.00
Q7	0.22	0.05	-0.15	0.02	0.09	0.01	-0.11	0.01	-0.17	0.03	0.00	0.00	-0.08	0.01	0.15	0.02
Q8	-0.18	0.03	0.18	0.03	-0.02	0.00	0.09	0.01	0.14	0.02	-0.04	0.00	0.13	0.02	-0.11	0.01
Q9	-0.23	0.05	-0.16	0.03	-0.11	0.01	0.06	0.00	-0.14	0.02	-0.21	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
Q10	0.02	0.00	0.12	0.01	0.17	0.03	-0.07	0.00	0.01	0.00	0.07	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00
Q11	0.06	0.00	-0.25	0.06	0.31	0.10	0.04	0.00	0.07	0.01	0.05	0.00	0.13	0.02	-0.06	0.00
Q12	-0.10	0.01	0.11	0.01	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.14	0.02	-0.22	0.05	0.01	0.00	-0.13	0.02
Q13	-0.07	0.00	0.11	0.01	-0.33	0.11	-0.04	0.00	-0.04	0.00	0.14	0.02	-0.12	0.01	0.08	0.01
Q14	0.08	0.01	0.19	0.04	0.08	0.01	0.22	0.05	0.12	0.01	-0.08	0.01	-0.15	0.02	0.12	0.02
Q15	0.02	0.00	-0.20	0.04	-0.22	0.05	-0.18	0.03	0.05	0.00	0.19	0.03	0.09	0.01	-0.06	0.00
Q16	0.20	0.04	-0.19	0.04	-0.09	0.01	0.22	0.05	-0.03	0.00	-0.14	0.02	0.00	0.00	-0.03	0.00
Q17	-0.01	0.00	0.30	0.09	0.20	0.04	-0.14	0.02	-0.07	0.01	0.06	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00

Método: Quantis da Distribuição Normal com Ridits

Tabela A.10: Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.72	1.00							
Q3	0.66	0.75	1.00						
Q4	0.29	0.25	0.12	1.00					
Q5	0.44	0.42	0.40	0.41	1.00				
Q6	0.30	0.23	0.17	0.51	0.34	1.00			
Q7	-0.15	-0.08	-0.20	0.10	-0.05	0.16	1.00		
Q8	-0.10	-0.04	-0.10	-0.01	0.09	0.00	0.65	1.00	
Q9	0.16	0.17	0.03	0.39	0.11	0.36	0.00	-0.05	1.00
Q10	0.15	0.10	0.05	0.29	0.08	0.32	-0.01	-0.08	0.46
Q11	0.12	0.11	0.12	0.07	0.32	0.00	0.11	0.15	-0.05
Q12	0.40	0.36	0.49	0.01	0.38	0.16	0.05	0.13	-0.18
Q13	0.24	0.21	0.26	0.00	0.24	-0.06	-0.03	0.18	-0.13
Q14	0.12	0.17	0.18	0.20	0.34	0.06	0.08	0.21	0.18
Q15	0.25	0.27	0.28	0.08	0.30	0.09	0.04	0.09	0.23
Q16	0.38	0.32	0.41	-0.08	0.31	0.07	-0.17	-0.12	-0.11
Q17	0.41	0.39	0.43	0.04	0.29	0.17	-0.18	-0.11	0.12

Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.08	1.00						
Q12	-0.08	0.46	1.00					
Q13	-0.09	0.56	0.52	1.00				
Q14	0.08	0.48	0.43	0.31	1.00			
Q15	0.10	0.28	0.39	0.23	0.61	1.00		
Q16	0.04	0.24	0.43	0.34	0.25	0.41	1.00	
Q17	0.07	0.18	0.38	0.21	0.34	0.43	0.52	1.00

Tabela A.11: Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.7601	28.00	28.00
2	2.4160	14.21	42.21
3	2.0961	12.33	54.54
4	1.3726	8.07	62.62
5	1.0438	6.14	68.76
6	0.8036	4.73	73.48
7	0.7917	4.66	78.14
8	0.5714	3.36	81.50
9	0.5399	3.18	84.68
10	0.4553	2.68	87.36
11	0.4388	2.58	89.94
12	0.4324	2.54	92.48
13	0.3249	1.91	94.39
14	0.2855	1.68	96.07
15	0.2765	1.63	97.70
16	0.2160	1.27	98.97
17	0.1753	1.03	100.00

Tabela A.12: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	-0.26	0.07	0.25	0.06	-0.31	0.10	0.05	0.00	0.13	0.02	-0.08	0.01	0.04	0.00	-0.04	0.00
Q2	0.71	0.51	-0.23	0.05	0.22	0.05	-0.36	0.13	0.18	0.03	0.30	0.09	0.00	0.00	0.03	0.00	-0.02	0.00
Q3	0.73	0.53	-0.08	0.01	0.35	0.13	-0.30	0.09	0.15	0.02	0.20	0.04	-0.02	0.00	-0.02	0.00	0.15	0.02
Q4	0.32	0.10	-0.59	0.34	-0.37	0.14	-0.11	0.01	-0.38	0.14	0.00	0.00	0.21	0.04	0.00	0.00	-0.03	0.00
Q5	0.66	0.44	-0.12	0.01	-0.14	0.02	-0.16	0.02	-0.28	0.08	-0.11	0.01	0.33	0.11	-0.39	0.15	-0.19	0.04
Q6	0.35	0.12	-0.57	0.33	-0.29	0.09	-0.16	0.03	-0.10	0.01	-0.49	0.24	-0.01	0.00	0.24	0.06	0.14	0.02
Q7	-0.09	0.01	0.12	0.01	-0.75	0.57	-0.35	0.12	0.34	0.12	-0.13	0.02	-0.08	0.01	0.09	0.01	0.02	0.00
Q8	0.02	0.00	0.31	0.09	-0.70	0.49	-0.34	0.11	0.33	0.11	0.08	0.01	-0.06	0.00	-0.14	0.02	-0.21	0.04
Q9	0.18	0.03	-0.65	0.43	-0.29	0.08	0.36	0.13	0.08	0.01	0.29	0.08	-0.10	0.01	0.24	0.06	-0.19	0.04
Q10	0.16	0.02	-0.58	0.34	-0.18	0.03	0.30	0.09	0.05	0.00	-0.03	0.00	-0.57	0.32	-0.35	0.12	0.14	0.02
Q11	0.47	0.22	0.46	0.21	-0.31	0.10	0.13	0.02	-0.44	0.19	0.08	0.01	-0.12	0.01	0.15	0.02	-0.05	0.00
Q12	0.70	0.49	0.40	0.16	-0.04	0.00	-0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.15	0.02	-0.08	0.01	0.08	0.01	0.40	0.16
Q13	0.51	0.26	0.50	0.25	-0.09	0.01	-0.03	0.00	-0.34	0.12	0.11	0.01	-0.39	0.16	0.09	0.01	-0.18	0.03
Q14	0.57	0.32	0.22	0.05	-0.41	0.17	0.43	0.19	0.01	0.00	0.17	0.03	0.23	0.05	-0.06	0.00	0.19	0.04
Q15	0.61	0.37	0.12	0.02	-0.20	0.04	0.46	0.21	0.33	0.11	0.08	0.01	0.20	0.04	-0.05	0.00	0.11	0.01
Q16	0.62	0.38	0.22	0.05	0.29	0.09	0.18	0.03	0.15	0.02	-0.41	0.16	-0.13	0.02	-0.19	0.03	-0.21	0.04
Q17	0.65	0.42	0.01	0.00	0.22	0.05	0.27	0.07	0.28	0.08	-0.24	0.06	0.06	0.00	0.26	0.07	-0.26	0.07

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (IHCPI) (cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.10	0.01	-0.04	0.00	-0.01	0.00	-0.33	0.11	-0.27	0.08	0.08	0.01	-0.04	0.00	0.11	0.01
Q2	0.08	0.01	-0.11	0.01	0.01	0.00	0.11	0.01	0.07	0.01	0.10	0.01	0.23	0.05	-0.20	0.04
Q3	-0.07	0.00	-0.01	0.00	0.02	0.00	0.24	0.06	0.14	0.02	-0.04	0.00	-0.22	0.05	0.16	0.03
Q4	0.12	0.01	-0.06	0.00	-0.41	0.17	0.00	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.01	-0.11	0.01	-0.07	0.01
Q5	-0.13	0.02	0.04	0.00	0.26	0.07	-0.06	0.00	0.09	0.01	-0.07	0.01	0.09	0.01	0.06	0.00
Q6	-0.02	0.00	0.16	0.03	0.12	0.02	0.10	0.01	-0.01	0.00	0.24	0.06	0.00	0.00	0.01	0.00
Q7	0.19	0.03	-0.20	0.04	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.11	0.01	-0.12	0.01	0.12	0.01	0.16	0.03
Q8	-0.19	0.04	0.13	0.02	-0.03	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.01	0.08	0.01	-0.16	0.03	-0.13	0.02
Q9	0.02	0.00	0.16	0.02	0.22	0.05	0.09	0.01	-0.09	0.01	-0.22	0.05	0.01	0.00	0.01	0.00
Q10	-0.12	0.01	-0.14	0.02	-0.03	0.00	-0.06	0.00	0.06	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00
Q11	0.10	0.01	-0.34	0.11	0.24	0.06	0.00	0.00	0.02	0.00	0.07	0.01	-0.14	0.02	-0.07	0.00
Q12	-0.13	0.02	0.11	0.01	0.03	0.00	-0.08	0.01	-0.07	0.01	-0.28	0.08	0.03	0.00	-0.12	0.02
Q13	0.00	0.00	0.30	0.09	-0.18	0.03	-0.01	0.00	0.12	0.02	0.05	0.00	0.11	0.01	0.09	0.01
Q14	-0.13	0.02	-0.08	0.01	-0.14	0.02	0.16	0.02	-0.21	0.04	0.11	0.01	0.12	0.02	0.11	0.01
Q15	0.26	0.07	0.19	0.04	0.03	0.00	-0.19	0.03	0.20	0.04	0.09	0.01	-0.08	0.01	-0.05	0.00
Q16	0.31	0.09	-0.01	0.00	-0.05	0.00	0.20	0.04	-0.15	0.02	-0.08	0.01	-0.01	0.00	-0.03	0.00
Q17	-0.34	0.11	-0.18	0.03	-0.13	0.02	-0.10	0.01	0.11	0.01	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Método: Quantis da Distribuição Normal com Ordem Média

Tabela A.13: Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.72	1.00							
Q3	0.66	0.75	1.00						
Q4	0.28	0.25	0.12	1.00					
Q5	0.44	0.42	0.40	0.41	1.00				
Q6	0.30	0.23	0.16	0.51	0.34	1.00			
Q7	-0.16	-0.08	-0.21	0.10	-0.05	0.16	1.00		
Q8	-0.11	-0.04	-0.10	-0.01	0.09	0.00	0.64	1.00	
Q9	0.16	0.17	0.03	0.40	0.11	0.37	0.01	-0.05	1.00
Q10	0.15	0.10	0.05	0.29	0.08	0.32	-0.01	-0.09	0.46
Q11	0.12	0.11	0.12	0.06	0.32	0.00	0.11	0.15	-0.05
Q12	0.40	0.36	0.49	0.00	0.38	0.16	0.05	0.13	-0.18
Q13	0.24	0.21	0.26	0.00	0.24	-0.06	-0.03	0.18	-0.13
Q14	0.12	0.17	0.18	0.20	0.34	0.06	0.08	0.21	0.18
Q15	0.25	0.27	0.28	0.07	0.30	0.09	0.04	0.09	0.23
Q16	0.38	0.32	0.41	-0.08	0.31	0.07	-0.18	-0.12	-0.11
Q17	0.41	0.39	0.43	0.04	0.29	0.17	-0.19	-0.11	0.13

Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)
(cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.08	1.00						
Q12	-0.08	0.46	1.00					
Q13	-0.08	0.56	0.52	1.00				
Q14	0.08	0.48	0.43	0.31	1.00			
Q15	0.10	0.28	0.39	0.23	0.61	1.00		
Q16	0.04	0.24	0.43	0.34	0.25	0.41	1.00	
Q17	0.07	0.18	0.38	0.21	0.34	0.43	0.52	1.00

Tabela A.14: Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.7614	28.01	28.01
2	2.4267	14.27	42.28
3	2.0971	12.34	54.62
4	1.3705	8.06	62.68
5	1.0414	6.13	68.81
6	0.8033	4.73	73.53
7	0.7892	4.64	78.17
8	0.5694	3.35	81.52
9	0.5400	3.18	84.70
10	0.4542	2.67	87.37
11	0.4380	2.58	89.95
12	0.4326	2.54	92.49
13	0.3242	1.91	94.40
14	0.2851	1.68	96.08
15	0.2759	1.62	97.70
16	0.2156	1.27	98.97
17	0.1754	1.03	100.00

Tabela A.15: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	-0.26	0.07	0.26	0.07	-0.31	0.10	0.05	0.00	0.13	0.02	-0.08	0.01	0.04	0.00	0.04	0.00
Q2	0.71	0.51	-0.23	0.05	0.22	0.05	-0.36	0.13	0.17	0.03	0.30	0.09	-0.01	0.00	0.03	0.00	0.02	0.00
Q3	0.73	0.53	-0.07	0.01	0.36	0.13	-0.30	0.09	0.15	0.02	0.20	0.04	-0.03	0.00	-0.02	0.00	-0.15	0.02
Q4	0.32	0.10	-0.59	0.35	-0.37	0.14	-0.11	0.01	-0.37	0.14	0.01	0.00	0.21	0.04	0.00	0.00	0.04	0.00
Q5	0.66	0.44	-0.12	0.01	-0.14	0.02	-0.15	0.02	-0.28	0.08	-0.10	0.01	0.33	0.11	-0.39	0.15	0.20	0.04
Q6	0.35	0.12	-0.57	0.33	-0.29	0.09	-0.16	0.03	-0.10	0.01	-0.49	0.24	-0.01	0.00	0.23	0.05	-0.15	0.02
Q7	-0.09	0.01	0.12	0.01	-0.75	0.56	-0.35	0.12	0.34	0.12	-0.12	0.02	-0.08	0.01	0.09	0.01	-0.02	0.00
Q8	0.02	0.00	0.31	0.09	-0.70	0.49	-0.34	0.12	0.33	0.11	0.08	0.01	-0.06	0.00	-0.14	0.02	0.22	0.05
Q9	0.19	0.04	-0.66	0.43	-0.29	0.08	0.35	0.12	0.08	0.01	0.28	0.08	-0.10	0.01	0.24	0.06	0.19	0.03
Q10	0.16	0.03	-0.59	0.34	-0.18	0.03	0.30	0.09	0.05	0.00	-0.03	0.00	-0.56	0.32	-0.36	0.13	-0.13	0.02
Q11	0.47	0.22	0.46	0.21	-0.31	0.10	0.14	0.02	-0.44	0.19	0.08	0.01	-0.12	0.01	0.15	0.02	0.04	0.00
Q12	0.70	0.49	0.40	0.16	-0.04	0.00	-0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.15	0.02	-0.08	0.01	0.07	0.00	-0.40	0.16
Q13	0.51	0.26	0.50	0.25	-0.09	0.01	-0.03	0.00	-0.35	0.12	0.10	0.01	-0.39	0.15	0.09	0.01	0.18	0.03
Q14	0.57	0.32	0.22	0.05	-0.41	0.17	0.43	0.19	0.01	0.00	0.18	0.03	0.23	0.05	-0.06	0.00	-0.19	0.03
Q15	0.61	0.37	0.12	0.02	-0.20	0.04	0.45	0.21	0.34	0.12	0.08	0.01	0.20	0.04	-0.05	0.00	-0.11	0.01
Q16	0.62	0.38	0.23	0.05	0.29	0.09	0.18	0.03	0.16	0.02	-0.41	0.17	-0.12	0.01	-0.19	0.03	0.21	0.04
Q17	0.65	0.42	0.01	0.00	0.22	0.05	0.27	0.07	0.28	0.08	-0.24	0.06	0.06	0.00	0.27	0.07	0.26	0.07

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (IHCPI) (cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.10	0.01	0.03	0.00	-0.01	0.00	-0.33	0.11	-0.28	0.08	0.06	0.00	-0.04	0.00	-0.11	0.01
Q2	0.08	0.01	0.10	0.01	0.02	0.00	0.11	0.01	0.07	0.00	0.11	0.01	0.23	0.05	0.20	0.04
Q3	-0.07	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.24	0.06	0.14	0.02	-0.03	0.00	-0.22	0.05	-0.16	0.03
Q4	0.12	0.01	0.10	0.01	-0.41	0.17	0.00	0.00	0.05	0.00	-0.10	0.01	-0.11	0.01	0.07	0.01
Q5	-0.13	0.02	-0.07	0.00	0.25	0.06	-0.07	0.00	0.09	0.01	-0.07	0.00	0.09	0.01	-0.06	0.00
Q6	-0.03	0.00	-0.18	0.03	0.11	0.01	0.10	0.01	-0.03	0.00	0.24	0.06	0.00	0.00	-0.01	0.00
Q7	0.20	0.04	0.19	0.04	0.01	0.00	-0.03	0.00	0.12	0.01	-0.11	0.01	0.12	0.01	-0.16	0.03
Q8	-0.20	0.04	-0.11	0.01	-0.04	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.02	0.07	0.00	-0.16	0.03	0.13	0.02
Q9	0.02	0.00	-0.18	0.03	0.20	0.04	0.09	0.01	-0.07	0.01	-0.23	0.05	0.01	0.00	-0.01	0.00
Q10	-0.12	0.01	0.15	0.02	-0.01	0.00	-0.06	0.00	0.06	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00
Q11	0.12	0.01	0.30	0.09	0.28	0.08	0.00	0.00	0.01	0.00	0.07	0.01	-0.14	0.02	0.07	0.00
Q12	-0.13	0.02	-0.10	0.01	0.01	0.00	-0.08	0.01	-0.05	0.00	-0.28	0.08	0.03	0.00	0.12	0.02
Q13	-0.02	0.00	-0.28	0.08	-0.21	0.04	0.00	0.00	0.12	0.01	0.06	0.00	0.11	0.01	-0.09	0.01
Q14	-0.12	0.02	0.10	0.01	-0.13	0.02	0.16	0.03	-0.22	0.05	0.09	0.01	0.13	0.02	-0.11	0.01
Q15	0.24	0.06	-0.21	0.04	0.00	0.00	-0.19	0.03	0.19	0.04	0.11	0.01	-0.08	0.01	0.05	0.00
Q16	0.30	0.09	0.00	0.00	-0.05	0.00	0.20	0.04	-0.14	0.02	-0.09	0.01	-0.01	0.00	0.03	0.00
Q17	-0.33	0.11	0.21	0.05	-0.10	0.01	-0.10	0.01	0.11	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

A.2 Inquérito social europeu

Resultados

Método: Números Inteiros Ordenados e Índice

Tabela A.16: Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.13	1.00									
Q3	0.16	0.05	1.00								
Q4	0.30	0.21	0.23	1.00							
Q5	0.29	0.23	0.43	0.45	1.00						
Q6	0.33	0.17	0.13	0.42	0.34	1.00					
Q7	0.18	0.08	-0.03	0.11	0.13	0.39	1.00				
Q8	0.32	0.14	0.19	0.22	0.42	0.33	0.22	1.00			
Q9	0.12	-0.31	0.24	0.00	0.26	0.24	0.44	0.24	1.00		
Q10	0.30	0.26	0.30	0.43	0.45	0.46	0.12	0.23	0.10	1.00	
Q11	0.27	0.18	0.22	0.21	0.46	0.35	0.10	0.40	0.14	0.57	1.00
Q12	0.30	-0.11	0.36	0.08	0.16	0.28	0.16	0.27	0.43	0.21	0.19
Q13	0.22	0.38	0.13	0.50	0.37	0.42	0.30	0.17	0.04	0.58	0.40
Q14	0.15	-0.05	0.22	0.25	0.49	0.24	0.21	0.25	0.39	0.35	0.32
Q15	0.23	0.28	0.04	0.19	0.10	0.42	0.22	0.21	-0.07	0.40	0.36
Q16	0.27	0.21	0.06	0.29	0.30	0.45	0.59	0.33	0.33	0.24	0.22
Q17	0.36	0.28	0.06	0.49	0.30	0.40	0.23	0.36	0.08	0.35	0.33
Q18	0.29	0.02	0.32	0.32	0.41	0.28	0.17	0.45	0.26	0.47	0.44
Q19	0.11	-0.02	0.31	0.29	0.40	0.22	-0.03	0.17	0.23	0.45	0.31
Q20	-0.03	0.27	0.05	0.00	0.28	0.07	0.30	0.15	0.26	0.16	0.02
Q21	0.14	0.42	0.07	0.33	0.22	0.44	-0.06	0.10	-0.16	0.48	0.23

Matriz de correlações – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE) (cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.15	1.00								
Q14	0.31	0.36	1.00							
Q15	0.14	0.31	-0.03	1.00						
Q16	0.20	0.37	0.36	0.29	1.00					
Q17	0.24	0.41	0.37	0.37	0.46	1.00				
Q18	0.52	0.42	0.36	0.07	0.26	0.29	1.00			
Q19	0.39	0.24	0.37	0.13	0.19	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.05	0.14	0.04	0.07	0.32	-0.02	0.17	0.15	1.00	
Q21	0.10	0.36	0.02	0.49	0.14	0.22	0.22	0.23	0.21	1.00

Tabela A.17: Valores próprios e variância explicada – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.2301	29.67	29.67
2	2.3514	11.20	40.86
3	1.8550	8.83	49.70
4	1.3518	6.44	56.13
5	1.1801	5.62	61.75
6	1.0346	4.93	66.68
7	0.9111	4.34	71.02
8	0.8395	4.00	75.02
9	0.7074	3.37	78.39
10	0.6886	3.28	81.66
11	0.6095	2.90	84.57
12	0.5639	2.69	87.25
13	0.4451	2.12	89.37
14	0.3833	1.83	91.20
15	0.3482	1.66	92.86
16	0.3296	1.57	94.42
17	0.2863	1.36	95.79
18	0.2788	1.33	97.12
19	0.2465	1.17	98.29
20	0.2132	1.02	99.30
21	0.1460	0.70	100.00

Tabela A.18: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.49	0.24	-0.02	0.00	0.04	0.00	-0.42	0.18	0.06	0.00	-0.36	0.13	0.27	0.08
Q2	0.31	0.10	-0.63	0.40	0.09	0.01	0.31	0.10	-0.14	0.02	-0.29	0.09	0.11	0.01
Q3	0.39	0.15	0.29	0.08	-0.40	0.16	0.14	0.02	0.02	0.00	-0.24	0.06	0.34	0.12
Q4	0.59	0.35	-0.23	0.05	-0.14	0.02	-0.14	0.02	-0.37	0.14	0.17	0.03	0.39	0.15
Q5	0.68	0.46	0.12	0.01	-0.18	0.03	0.25	0.06	-0.36	0.13	-0.24	0.06	-0.01	0.00
Q6	0.67	0.45	-0.15	0.02	0.22	0.05	-0.19	0.04	0.18	0.03	0.16	0.03	0.09	0.01
Q7	0.40	0.16	0.17	0.03	0.75	0.57	0.03	0.00	0.02	0.00	0.10	0.01	-0.01	0.00
Q8	0.55	0.30	0.16	0.02	0.10	0.01	-0.12	0.02	0.00	0.00	-0.58	0.33	-0.18	0.03
Q9	0.35	0.12	0.71	0.50	0.31	0.09	0.09	0.01	0.12	0.01	0.09	0.01	-0.01	0.00
Q10	0.73	0.54	-0.21	0.04	-0.26	0.07	0.09	0.01	0.07	0.01	0.16	0.03	-0.17	0.03
Q11	0.63	0.39	-0.06	0.00	-0.20	0.04	-0.09	0.01	0.04	0.00	-0.18	0.03	-0.59	0.34
Q12	0.47	0.22	0.46	0.22	-0.11	0.01	-0.17	0.03	0.46	0.21	0.02	0.00	0.23	0.05
Q13	0.67	0.45	-0.28	0.08	0.02	0.00	0.06	0.00	-0.21	0.05	0.28	0.08	-0.06	0.00
Q14	0.55	0.30	0.38	0.15	-0.04	0.00	-0.04	0.00	-0.40	0.16	0.24	0.06	-0.19	0.04
Q15	0.46	0.21	-0.48	0.23	0.15	0.02	-0.16	0.03	0.46	0.21	0.01	0.00	-0.16	0.02
Q16	0.60	0.36	0.06	0.00	0.58	0.34	0.03	0.00	-0.10	0.01	0.06	0.00	0.06	0.00
Q17	0.63	0.39	-0.18	0.03	0.14	0.02	-0.38	0.14	-0.21	0.04	0.01	0.00	0.05	0.00
Q18	0.68	0.46	0.30	0.09	-0.29	0.08	0.08	0.01	0.13	0.02	0.00	0.00	-0.04	0.00
Q19	0.55	0.30	0.26	0.07	-0.43	0.19	0.20	0.04	0.13	0.02	0.26	0.07	0.00	0.00
Q20	0.27	0.07	0.04	0.00	0.34	0.11	0.78	0.61	0.11	0.01	-0.14	0.02	0.08	0.01
Q21	0.46	0.21	-0.56	0.32	-0.17	0.03	0.21	0.04	0.33	0.11	0.14	0.02	0.13	0.02

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.03	0.00	-0.18	0.03	-0.34	0.12	0.44	0.19	-0.10	0.01	-0.04	0.00	0.06	0.00
Q2	0.14	0.02	-0.27	0.07	0.20	0.04	0.01	0.00	0.14	0.02	-0.15	0.02	-0.21	0.05
Q3	-0.45	0.20	-0.20	0.04	0.26	0.07	-0.21	0.04	-0.12	0.01	-0.06	0.00	0.08	0.01
Q4	-0.03	0.00	0.22	0.05	-0.16	0.03	-0.19	0.04	-0.12	0.01	0.19	0.03	-0.01	0.00
Q5	-0.21	0.04	0.18	0.03	-0.01	0.00	0.13	0.02	-0.02	0.00	-0.04	0.00	-0.04	0.00
Q6	-0.26	0.07	0.25	0.06	-0.12	0.02	-0.07	0.01	0.24	0.06	-0.23	0.05	-0.22	0.05
Q7	-0.09	0.01	-0.18	0.03	-0.12	0.02	-0.18	0.03	-0.10	0.01	-0.09	0.01	0.00	0.00
Q8	0.17	0.03	0.29	0.08	-0.01	0.00	-0.27	0.07	0.17	0.03	0.03	0.00	0.18	0.03
Q9	-0.23	0.05	0.07	0.01	-0.01	0.00	0.08	0.01	0.06	0.00	0.21	0.05	-0.16	0.03
Q10	-0.16	0.03	-0.12	0.02	-0.15	0.02	0.09	0.01	-0.05	0.00	0.09	0.01	0.05	0.00
Q11	-0.15	0.02	-0.10	0.01	-0.06	0.00	0.00	0.00	-0.07	0.00	0.01	0.00	-0.20	0.04
Q12	0.17	0.03	-0.22	0.05	0.19	0.04	0.01	0.00	0.23	0.05	0.08	0.01	-0.05	0.00
Q13	0.02	0.00	-0.36	0.13	-0.15	0.02	-0.18	0.03	0.14	0.02	0.12	0.01	0.12	0.01
Q14	-0.01	0.00	-0.01	0.00	0.25	0.07	0.28	0.08	0.23	0.05	-0.07	0.00	0.21	0.05
Q15	-0.15	0.02	0.05	0.00	0.25	0.06	0.00	0.00	-0.27	0.07	0.10	0.01	0.18	0.03
Q16	0.11	0.01	0.03	0.00	0.14	0.02	0.02	0.00	-0.17	0.03	-0.26	0.07	0.13	0.02
Q17	0.26	0.07	0.05	0.00	0.34	0.11	0.03	0.00	-0.09	0.01	0.25	0.06	-0.20	0.04
Q18	0.38	0.14	-0.09	0.01	-0.23	0.05	-0.22	0.05	0.01	0.00	-0.06	0.00	0.04	0.00
Q19	0.28	0.08	0.15	0.02	0.05	0.00	0.05	0.00	-0.31	0.09	-0.21	0.05	-0.11	0.01
Q20	0.13	0.02	0.06	0.00	-0.07	0.01	0.14	0.02	-0.06	0.00	0.23	0.05	0.00	0.00
Q21	-0.01	0.00	0.23	0.05	0.01	0.00	0.13	0.02	0.26	0.07	0.00	0.00	0.12	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Números inteiros ordenados e Índice (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.02	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.08	0.01	-0.02	0.00
Q2	0.05	0.00	-0.11	0.01	-0.14	0.02	0.07	0.00	-0.12	0.01	0.03	0.00	0.08	0.01
Q3	-0.13	0.02	-0.01	0.00	0.01	0.00	-0.03	0.00	0.11	0.01	0.09	0.01	-0.02	0.00
Q4	0.02	0.00	0.09	0.01	-0.06	0.00	-0.05	0.00	-0.24	0.06	0.08	0.01	0.03	0.00
Q5	0.28	0.08	0.08	0.01	0.03	0.00	-0.04	0.00	0.08	0.01	-0.24	0.06	0.00	0.00
Q6	-0.01	0.00	-0.05	0.00	0.23	0.05	0.03	0.00	0.06	0.00	0.07	0.01	0.06	0.00
Q7	0.14	0.02	-0.13	0.02	-0.11	0.01	-0.26	0.07	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.11	0.01
Q8	-0.02	0.00	-0.15	0.02	0.00	0.00	0.10	0.01	-0.06	0.00	0.02	0.00	-0.08	0.01
Q9	-0.03	0.00	-0.04	0.00	-0.26	0.07	0.20	0.04	0.02	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00
Q10	-0.23	0.05	-0.30	0.09	0.06	0.00	-0.03	0.00	-0.12	0.01	-0.19	0.03	0.02	0.00
Q11	-0.09	0.01	0.26	0.07	-0.03	0.00	-0.08	0.01	-0.08	0.01	0.10	0.01	-0.06	0.00
Q12	0.10	0.01	0.12	0.01	0.11	0.01	-0.04	0.00	-0.19	0.03	-0.12	0.01	-0.06	0.00
Q13	0.11	0.01	0.08	0.01	0.06	0.00	0.25	0.06	0.12	0.01	0.02	0.00	-0.09	0.01
Q14	0.04	0.00	-0.06	0.00	0.02	0.00	-0.10	0.01	-0.06	0.00	0.16	0.03	0.06	0.00
Q15	0.23	0.05	0.00	0.00	0.01	0.00	0.05	0.00	-0.02	0.00	0.04	0.00	0.13	0.02
Q16	-0.25	0.06	0.22	0.05	-0.01	0.00	0.11	0.01	-0.05	0.00	-0.13	0.02	0.02	0.00
Q17	-0.10	0.01	-0.07	0.01	0.04	0.00	-0.08	0.01	0.20	0.04	-0.03	0.00	-0.04	0.00
Q18	-0.01	0.00	0.04	0.00	-0.07	0.00	-0.12	0.02	0.14	0.02	-0.01	0.00	0.22	0.05
Q19	0.10	0.01	-0.12	0.02	-0.03	0.00	0.12	0.02	-0.02	0.00	0.08	0.01	-0.13	0.02
Q20	-0.05	0.00	0.04	0.00	0.22	0.05	-0.05	0.00	0.00	0.00	0.12	0.01	0.00	0.00
Q21	-0.08	0.01	0.10	0.01	-0.23	0.06	-0.11	0.01	0.10	0.01	-0.01	0.00	-0.10	0.01

Método: Ridits

Tabela A.19: Matriz de correlações – ACP Ridits (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.11	1.00									
Q3	0.19	0.02	1.00								
Q4	0.32	0.15	0.17	1.00							
Q5	0.30	0.20	0.34	0.45	1.00						
Q6	0.34	0.15	0.12	0.43	0.33	1.00					
Q7	0.21	0.06	0.03	0.11	0.14	0.40	1.00				
Q8	0.32	0.10	0.22	0.22	0.43	0.29	0.26	1.00			
Q9	0.14	-0.28	0.30	0.08	0.30	0.25	0.43	0.29	1.00		
Q10	0.32	0.25	0.27	0.43	0.47	0.44	0.13	0.24	0.16	1.00	
Q11	0.30	0.19	0.19	0.19	0.48	0.36	0.12	0.39	0.15	0.54	1.00
Q12	0.31	-0.05	0.40	0.11	0.20	0.27	0.21	0.33	0.39	0.25	0.24
Q13	0.21	0.33	0.10	0.50	0.35	0.42	0.28	0.17	0.09	0.55	0.38
Q14	0.15	-0.06	0.27	0.26	0.52	0.22	0.21	0.24	0.39	0.35	0.31
Q15	0.24	0.28	-0.04	0.16	0.09	0.44	0.24	0.19	-0.08	0.40	0.36
Q16	0.30	0.15	0.09	0.34	0.33	0.43	0.57	0.37	0.33	0.26	0.24
Q17	0.34	0.24	0.11	0.47	0.35	0.41	0.21	0.40	0.13	0.36	0.35
Q18	0.30	0.02	0.32	0.32	0.39	0.27	0.22	0.44	0.28	0.47	0.45
Q19	0.11	0.05	0.34	0.30	0.43	0.23	0.02	0.18	0.25	0.46	0.34
Q20	0.00	0.24	0.03	-0.01	0.23	0.07	0.21	0.15	0.23	0.18	0.07
Q21	0.12	0.37	-0.02	0.35	0.22	0.44	-0.03	0.07	-0.14	0.49	0.29

Matriz de correlações – ACP Ridits (ISE) (cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.21	1.00								
Q14	0.31	0.34	1.00							
Q15	0.14	0.31	-0.05	1.00						
Q16	0.22	0.34	0.34	0.30	1.00					
Q17	0.35	0.44	0.36	0.38	0.49	1.00				
Q18	0.53	0.42	0.35	0.08	0.28	0.31	1.00			
Q19	0.35	0.24	0.35	0.13	0.19	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.05	0.08	0.03	0.11	0.30	0.02	0.19	0.20	1.00	
Q21	0.05	0.33	0.03	0.48	0.16	0.22	0.19	0.30	0.20	1.00

Tabela A.20: Valores próprios e variância explicada – ACP Ridits (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.3359	30.17	30.17
2	2.3288	11.09	41.26
3	1.7065	8.13	49.39
4	1.3109	6.24	55.63
5	1.1461	5.46	61.09
6	1.0276	4.89	65.98
7	0.8661	4.12	70.10
8	0.8185	3.90	74.00
9	0.7736	3.68	77.68
10	0.6987	3.33	81.01
11	0.6110	2.91	83.92
12	0.5345	2.55	86.47
13	0.4930	2.35	88.81
14	0.4046	1.93	90.74
15	0.3756	1.79	92.53
16	0.3421	1.63	94.16
17	0.3092	1.47	95.63
18	0.2743	1.31	96.94
19	0.2627	1.25	98.19
20	0.2189	1.04	99.23
21	0.1616	0.77	100.00

Tabela A.21: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.50	0.25	0.00	0.00	-0.13	0.02	-0.35	0.12	-0.27	0.07	0.25	0.06	-0.16	0.03
Q2	0.27	0.07	-0.59	0.35	0.02	0.00	0.24	0.06	0.04	0.00	0.44	0.19	-0.25	0.06
Q3	0.38	0.14	0.41	0.17	0.34	0.12	-0.01	0.00	-0.15	0.02	0.11	0.01	-0.34	0.11
Q4	0.59	0.35	-0.18	0.03	0.11	0.01	-0.31	0.10	0.41	0.17	-0.05	0.00	-0.31	0.10
Q5	0.68	0.46	0.13	0.02	0.21	0.04	0.09	0.01	0.31	0.09	0.32	0.10	0.16	0.03
Q6	0.65	0.43	-0.21	0.04	-0.25	0.06	-0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.31	0.10	0.02	0.00
Q7	0.42	0.18	0.16	0.03	-0.71	0.50	0.13	0.02	0.04	0.00	-0.16	0.02	-0.01	0.00
Q8	0.56	0.31	0.20	0.04	-0.16	0.02	-0.05	0.00	-0.24	0.06	0.47	0.22	0.15	0.02
Q9	0.40	0.16	0.65	0.42	-0.26	0.07	0.18	0.03	0.05	0.00	-0.20	0.04	0.08	0.01
Q10	0.73	0.53	-0.22	0.05	0.29	0.08	0.07	0.00	0.01	0.00	-0.15	0.02	0.13	0.02
Q11	0.64	0.41	-0.09	0.01	0.20	0.04	-0.01	0.00	-0.20	0.04	0.14	0.02	0.55	0.30
Q12	0.52	0.27	0.40	0.16	0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.46	0.21	-0.13	0.02	-0.26	0.07
Q13	0.65	0.42	-0.27	0.07	0.01	0.00	-0.11	0.01	0.28	0.08	-0.14	0.02	-0.05	0.00
Q14	0.55	0.30	0.39	0.15	0.10	0.01	-0.10	0.01	0.42	0.17	-0.02	0.00	0.23	0.05
Q15	0.45	0.20	-0.54	0.30	-0.22	0.05	0.01	0.00	-0.39	0.15	-0.16	0.03	0.15	0.02
Q16	0.61	0.38	0.03	0.00	-0.54	0.29	0.09	0.01	0.17	0.03	0.04	0.00	-0.08	0.01
Q17	0.65	0.43	-0.13	0.02	-0.17	0.03	-0.34	0.11	0.05	0.00	0.15	0.02	-0.08	0.01
Q18	0.68	0.46	0.28	0.08	0.27	0.07	0.10	0.01	-0.17	0.03	-0.07	0.01	-0.07	0.01
Q19	0.57	0.32	0.17	0.03	0.48	0.23	0.27	0.07	-0.02	0.00	-0.24	0.06	-0.08	0.01
Q20	0.26	0.07	-0.02	0.00	-0.17	0.03	0.83	0.68	0.04	0.00	0.16	0.02	-0.14	0.02
Q21	0.44	0.20	-0.62	0.38	0.20	0.04	0.20	0.04	-0.07	0.00	-0.25	0.06	-0.03	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.34	0.11	-0.04	0.00	0.35	0.12	0.42	0.18	0.00	0.00	0.08	0.01	-0.01	0.00
Q2	-0.20	0.04	0.31	0.10	0.01	0.00	-0.05	0.00	-0.05	0.00	0.22	0.05	0.17	0.03
Q3	0.22	0.05	0.46	0.21	-0.16	0.03	-0.18	0.03	0.22	0.05	-0.12	0.01	-0.12	0.01
Q4	0.20	0.04	-0.26	0.07	0.06	0.00	-0.14	0.02	0.02	0.00	-0.17	0.03	0.04	0.00
Q5	0.25	0.06	0.01	0.00	-0.06	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.09	0.01	0.11	0.01
Q6	0.28	0.08	0.05	0.00	-0.06	0.00	-0.21	0.04	-0.16	0.03	0.23	0.05	0.13	0.02
Q7	-0.07	0.00	0.17	0.03	0.22	0.05	-0.13	0.02	0.17	0.03	0.14	0.02	-0.02	0.00
Q8	0.00	0.00	-0.27	0.07	-0.06	0.00	-0.38	0.15	-0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.19	0.04
Q9	0.19	0.04	0.09	0.01	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.21	0.04	-0.16	0.03	0.21	0.04
Q10	0.08	0.01	0.15	0.02	0.14	0.02	0.10	0.01	-0.01	0.00	-0.22	0.05	-0.13	0.02
Q11	-0.03	0.00	0.10	0.01	0.12	0.01	-0.02	0.00	0.07	0.01	-0.03	0.00	0.16	0.02
Q12	-0.25	0.06	0.06	0.00	-0.12	0.01	0.11	0.01	-0.28	0.08	0.06	0.00	0.01	0.00
Q13	-0.33	0.11	0.20	0.04	0.29	0.09	-0.09	0.01	-0.13	0.02	-0.18	0.03	-0.02	0.00
Q14	-0.15	0.02	0.17	0.03	-0.20	0.04	0.26	0.07	-0.07	0.01	0.19	0.04	-0.24	0.06
Q15	0.01	0.00	0.08	0.01	-0.22	0.05	0.07	0.01	0.19	0.04	-0.19	0.03	-0.02	0.00
Q16	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.13	0.02	0.09	0.01	0.29	0.08	0.05	0.00	-0.13	0.02
Q17	-0.26	0.07	-0.15	0.02	-0.36	0.13	0.13	0.02	-0.02	0.00	-0.17	0.03	0.17	0.03
Q18	-0.28	0.08	-0.26	0.07	0.30	0.09	-0.10	0.01	0.07	0.00	0.08	0.01	-0.07	0.01
Q19	-0.07	0.00	-0.23	0.05	-0.08	0.01	0.05	0.00	0.29	0.08	0.16	0.03	0.21	0.04
Q20	0.07	0.00	-0.13	0.02	0.02	0.00	0.18	0.03	-0.14	0.02	-0.20	0.04	-0.02	0.00
Q21	0.18	0.03	-0.10	0.01	-0.15	0.02	-0.02	0.00	-0.18	0.03	0.17	0.03	-0.23	0.05

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ridits (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.04	0.00	-0.03	0.00	0.02	0.00	-0.10	0.01	0.08	0.01	0.01	0.00	-0.04	0.00
Q2	0.09	0.01	-0.15	0.02	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.02	0.00	-0.10	0.01	0.09	0.01
Q3	-0.12	0.01	0.01	0.00	0.04	0.00	-0.01	0.00	0.11	0.01	0.04	0.00	-0.01	0.00
Q4	0.01	0.00	0.05	0.00	-0.14	0.02	0.13	0.02	0.04	0.00	-0.22	0.05	0.02	0.00
Q5	0.11	0.01	0.27	0.07	-0.08	0.01	0.06	0.00	-0.14	0.02	0.20	0.04	0.04	0.00
Q6	-0.15	0.02	0.06	0.00	0.30	0.09	-0.04	0.00	-0.04	0.00	-0.04	0.00	0.03	0.00
Q7	0.16	0.03	0.03	0.00	-0.04	0.00	0.24	0.06	0.11	0.01	0.05	0.00	-0.10	0.01
Q8	0.15	0.02	-0.07	0.01	0.05	0.00	-0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.06	0.00	-0.09	0.01
Q9	0.09	0.01	-0.22	0.05	-0.16	0.03	-0.13	0.02	0.06	0.00	0.01	0.00	0.10	0.01
Q10	0.12	0.01	-0.24	0.06	0.14	0.02	0.16	0.03	-0.24	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
Q11	-0.29	0.09	-0.01	0.00	-0.13	0.02	0.08	0.01	0.08	0.01	-0.10	0.01	-0.06	0.00
Q12	-0.03	0.00	0.14	0.02	-0.14	0.02	0.10	0.01	-0.18	0.03	-0.07	0.00	-0.06	0.00
Q13	-0.02	0.00	0.12	0.01	-0.01	0.00	-0.25	0.06	0.01	0.00	0.08	0.01	-0.10	0.01
Q14	0.07	0.01	0.02	0.00	0.07	0.01	-0.02	0.00	0.13	0.02	-0.16	0.02	0.03	0.00
Q15	0.22	0.05	0.20	0.04	-0.04	0.00	-0.09	0.01	0.03	0.00	-0.07	0.00	0.12	0.01
Q16	-0.26	0.07	-0.09	0.01	-0.11	0.01	-0.12	0.01	-0.21	0.05	0.01	0.00	0.03	0.00
Q17	-0.03	0.00	-0.11	0.01	0.12	0.02	0.12	0.01	0.13	0.02	0.17	0.03	-0.03	0.00
Q18	-0.05	0.00	0.01	0.00	0.05	0.00	0.03	0.00	0.09	0.01	0.08	0.01	0.24	0.06
Q19	0.15	0.02	-0.05	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.01	-0.01	0.00	-0.04	0.00	-0.16	0.02
Q20	-0.11	0.01	0.13	0.02	0.14	0.02	0.04	0.00	0.08	0.01	-0.07	0.00	-0.04	0.00
Q21	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.21	0.04	0.01	0.00	0.14	0.02	0.14	0.02	-0.05	0.00

Método: Ordem Média

Tabela A.22: Matriz de correlações – ACP Ordem média (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.11	1.00									
Q3	0.19	0.02	1.00								
Q4	0.32	0.15	0.17	1.00							
Q5	0.30	0.20	0.34	0.45	1.00						
Q6	0.34	0.15	0.12	0.43	0.33	1.00					
Q7	0.21	0.06	0.03	0.11	0.14	0.40	1.00				
Q8	0.32	0.10	0.22	0.22	0.43	0.29	0.26	1.00			
Q9	0.14	-0.28	0.30	0.08	0.30	0.25	0.43	0.29	1.00		
Q10	0.32	0.25	0.27	0.43	0.47	0.44	0.13	0.24	0.16	1.00	
Q11	0.30	0.19	0.19	0.19	0.48	0.36	0.12	0.39	0.15	0.54	1.00
Q12	0.31	-0.05	0.40	0.11	0.20	0.27	0.21	0.33	0.39	0.25	0.24
Q13	0.21	0.33	0.10	0.50	0.35	0.42	0.28	0.17	0.09	0.55	0.38
Q14	0.15	-0.06	0.27	0.26	0.52	0.22	0.21	0.24	0.39	0.35	0.31
Q15	0.24	0.28	-0.04	0.16	0.09	0.44	0.24	0.19	-0.08	0.40	0.36
Q16	0.30	0.15	0.09	0.34	0.33	0.43	0.57	0.37	0.33	0.26	0.24
Q17	0.34	0.24	0.11	0.47	0.35	0.41	0.21	0.40	0.13	0.36	0.35
Q18	0.30	0.02	0.32	0.32	0.39	0.27	0.22	0.44	0.28	0.47	0.45
Q19	0.11	0.05	0.34	0.30	0.43	0.23	0.02	0.18	0.25	0.46	0.34
Q20	0.00	0.24	0.03	-0.01	0.23	0.07	0.21	0.15	0.23	0.18	0.07
Q21	0.12	0.37	-0.02	0.35	0.22	0.44	-0.03	0.07	-0.14	0.49	0.29

Matriz de correlações – ACP Ordem média (ISE) (cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.21	1.00								
Q14	0.31	0.34	1.00							
Q15	0.14	0.31	-0.05	1.00						
Q16	0.22	0.34	0.34	0.30	1.00					
Q17	0.35	0.44	0.36	0.38	0.49	1.00				
Q18	0.53	0.42	0.35	0.08	0.28	0.31	1.00			
Q19	0.35	0.24	0.35	0.13	0.19	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.05	0.08	0.03	0.11	0.30	0.02	0.19	0.20	1.00	
Q21	0.05	0.33	0.03	0.48	0.16	0.22	0.19	0.30	0.20	1.00

Tabela A.23: Valores próprios e variância explicada – ACP Ordem média (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.3363	30.17	30.17
2	2.3276	11.08	41.26
3	1.7066	8.13	49.38
4	1.3108	6.24	55.63
5	1.1456	5.46	61.08
6	1.0277	4.89	65.97
7	0.8663	4.13	70.10
8	0.8189	3.90	74.00
9	0.7736	3.68	77.68
10	0.6990	3.33	81.01
11	0.6110	2.91	83.92
12	0.5340	2.54	86.46
13	0.4931	2.35	88.81
14	0.4046	1.93	90.74
15	0.3757	1.79	92.53
16	0.3421	1.63	94.16
17	0.3095	1.47	95.63
18	0.2744	1.31	96.94
19	0.2628	1.25	98.19
20	0.2189	1.04	99.23
21	0.1616	0.77	100.00

Tabela A.24: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.50	0.25	0.00	0.00	-0.13	0.02	-0.35	0.12	-0.27	0.07	0.25	0.06	-0.16	0.03
Q2	0.27	0.07	-0.59	0.35	0.02	0.00	0.24	0.06	0.04	0.00	0.43	0.19	-0.25	0.06
Q3	0.38	0.14	0.41	0.17	0.34	0.12	-0.01	0.00	-0.15	0.02	0.11	0.01	-0.34	0.11
Q4	0.59	0.35	-0.18	0.03	0.11	0.01	-0.31	0.10	0.41	0.17	-0.06	0.00	-0.31	0.10
Q5	0.68	0.46	0.13	0.02	0.21	0.04	0.09	0.01	0.31	0.10	0.32	0.10	0.16	0.03
Q6	0.65	0.43	-0.21	0.04	-0.25	0.06	-0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.31	0.10	0.02	0.00
Q7	0.42	0.18	0.16	0.03	-0.71	0.50	0.13	0.02	0.04	0.00	-0.16	0.02	-0.02	0.00
Q8	0.56	0.31	0.20	0.04	-0.16	0.02	-0.05	0.00	-0.24	0.06	0.47	0.22	0.15	0.02
Q9	0.40	0.16	0.65	0.42	-0.26	0.07	0.18	0.03	0.05	0.00	-0.20	0.04	0.09	0.01
Q10	0.73	0.53	-0.22	0.05	0.29	0.08	0.07	0.00	0.01	0.00	-0.15	0.02	0.13	0.02
Q11	0.64	0.41	-0.09	0.01	0.20	0.04	-0.01	0.00	-0.20	0.04	0.14	0.02	0.55	0.30
Q12	0.52	0.27	0.40	0.16	0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.46	0.21	-0.13	0.02	-0.26	0.07
Q13	0.65	0.42	-0.27	0.07	0.01	0.00	-0.11	0.01	0.28	0.08	-0.14	0.02	-0.05	0.00
Q14	0.55	0.30	0.39	0.15	0.10	0.01	-0.10	0.01	0.42	0.17	-0.02	0.00	0.23	0.05
Q15	0.45	0.20	-0.54	0.30	-0.22	0.05	0.01	0.00	-0.39	0.15	-0.16	0.03	0.15	0.02
Q16	0.61	0.38	0.03	0.00	-0.54	0.29	0.09	0.01	0.17	0.03	0.04	0.00	-0.08	0.01
Q17	0.65	0.43	-0.13	0.02	-0.17	0.03	-0.34	0.11	0.05	0.00	0.15	0.02	-0.08	0.01
Q18	0.68	0.46	0.28	0.08	0.27	0.07	0.10	0.01	-0.17	0.03	-0.07	0.01	-0.07	0.01
Q19	0.57	0.32	0.17	0.03	0.47	0.23	0.27	0.07	-0.02	0.00	-0.24	0.06	-0.08	0.01
Q20	0.26	0.07	-0.02	0.00	-0.17	0.03	0.83	0.68	0.04	0.00	0.15	0.02	-0.14	0.02
Q21	0.44	0.20	-0.61	0.38	0.20	0.04	0.20	0.04	-0.07	0.00	-0.25	0.06	-0.03	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (ISE)
(cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.34	0.12	-0.04	0.00	0.35	0.12	0.43	0.18	0.00	0.00	0.08	0.01	-0.01	0.00
Q2	-0.20	0.04	0.31	0.09	0.01	0.00	-0.05	0.00	-0.05	0.00	0.22	0.05	0.17	0.03
Q3	0.22	0.05	0.46	0.21	-0.16	0.03	-0.18	0.03	0.22	0.05	-0.12	0.01	-0.12	0.01
Q4	0.20	0.04	-0.26	0.07	0.06	0.00	-0.14	0.02	0.02	0.00	-0.16	0.03	0.04	0.00
Q5	0.25	0.06	0.01	0.00	-0.06	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.09	0.01	0.11	0.01
Q6	0.28	0.08	0.05	0.00	-0.06	0.00	-0.21	0.04	-0.16	0.03	0.23	0.05	0.13	0.02
Q7	-0.07	0.00	0.17	0.03	0.22	0.05	-0.13	0.02	0.17	0.03	0.14	0.02	-0.02	0.00
Q8	0.00	0.00	-0.27	0.07	-0.06	0.00	-0.38	0.15	-0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.19	0.04
Q9	0.19	0.04	0.09	0.01	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.21	0.04	-0.16	0.03	0.21	0.05
Q10	0.08	0.01	0.15	0.02	0.14	0.02	0.10	0.01	-0.01	0.00	-0.22	0.05	-0.13	0.02
Q11	-0.04	0.00	0.10	0.01	0.12	0.01	-0.02	0.00	0.07	0.01	-0.03	0.00	0.16	0.02
Q12	-0.25	0.06	0.06	0.00	-0.12	0.01	0.11	0.01	-0.28	0.08	0.06	0.00	0.01	0.00
Q13	-0.33	0.11	0.20	0.04	0.30	0.09	-0.09	0.01	-0.13	0.02	-0.18	0.03	-0.02	0.00
Q14	-0.15	0.02	0.17	0.03	-0.20	0.04	0.26	0.07	-0.07	0.01	0.19	0.04	-0.24	0.06
Q15	0.01	0.00	0.08	0.01	-0.22	0.05	0.07	0.00	0.19	0.04	-0.19	0.03	-0.02	0.00
Q16	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.13	0.02	0.09	0.01	0.29	0.08	0.05	0.00	-0.13	0.02
Q17	-0.26	0.07	-0.15	0.02	-0.36	0.13	0.13	0.02	-0.02	0.00	-0.17	0.03	0.17	0.03
Q18	-0.28	0.08	-0.26	0.07	0.30	0.09	-0.10	0.01	0.06	0.00	0.08	0.01	-0.07	0.01
Q19	-0.06	0.00	-0.23	0.05	-0.08	0.01	0.05	0.00	0.29	0.08	0.16	0.03	0.21	0.05
Q20	0.07	0.00	-0.13	0.02	0.02	0.00	0.18	0.03	-0.14	0.02	-0.20	0.04	-0.02	0.00
Q21	0.18	0.03	-0.10	0.01	-0.15	0.02	-0.02	0.00	-0.18	0.03	0.17	0.03	-0.23	0.05

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Ordem média (ISE)
(cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.04	0.00	-0.03	0.00	0.02	0.00	-0.10	0.01	0.07	0.01	0.01	0.00	-0.04	0.00
Q2	0.09	0.01	-0.15	0.02	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.02	0.00	-0.10	0.01	0.09	0.01
Q3	-0.12	0.01	0.01	0.00	0.04	0.00	-0.02	0.00	0.11	0.01	0.04	0.00	-0.01	0.00
Q4	0.01	0.00	0.06	0.00	-0.14	0.02	0.12	0.02	0.04	0.00	-0.22	0.05	0.02	0.00
Q5	0.11	0.01	0.27	0.07	-0.08	0.01	0.06	0.00	-0.14	0.02	0.20	0.04	0.04	0.00
Q6	-0.15	0.02	0.06	0.00	0.30	0.09	-0.04	0.00	-0.04	0.00	-0.04	0.00	0.03	0.00
Q7	0.16	0.03	0.03	0.00	-0.04	0.00	0.24	0.06	0.11	0.01	0.05	0.00	-0.10	0.01
Q8	0.15	0.02	-0.07	0.01	0.05	0.00	-0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.06	0.00	-0.09	0.01
Q9	0.09	0.01	-0.22	0.05	-0.16	0.03	-0.13	0.02	0.05	0.00	0.01	0.00	0.10	0.01
Q10	0.12	0.01	-0.24	0.06	0.14	0.02	0.17	0.03	-0.24	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
Q11	-0.29	0.09	-0.01	0.00	-0.13	0.02	0.08	0.01	0.09	0.01	-0.10	0.01	-0.06	0.00
Q12	-0.03	0.00	0.14	0.02	-0.14	0.02	0.10	0.01	-0.18	0.03	-0.07	0.00	-0.06	0.00
Q13	-0.02	0.00	0.12	0.01	-0.01	0.00	-0.25	0.06	0.01	0.00	0.08	0.01	-0.10	0.01
Q14	0.07	0.01	0.02	0.00	0.07	0.01	-0.02	0.00	0.13	0.02	-0.16	0.02	0.03	0.00
Q15	0.22	0.05	0.20	0.04	-0.04	0.00	-0.09	0.01	0.03	0.00	-0.07	0.00	0.12	0.01
Q16	-0.26	0.07	-0.09	0.01	-0.11	0.01	-0.12	0.01	-0.21	0.05	0.01	0.00	0.03	0.00
Q17	-0.03	0.00	-0.11	0.01	0.12	0.02	0.11	0.01	0.13	0.02	0.17	0.03	-0.03	0.00
Q18	-0.05	0.00	0.01	0.00	0.05	0.00	0.03	0.00	0.09	0.01	0.08	0.01	0.24	0.06
Q19	0.15	0.02	-0.05	0.00	0.04	0.00	-0.12	0.01	-0.01	0.00	-0.04	0.00	-0.16	0.02
Q20	-0.11	0.01	0.13	0.02	0.14	0.02	0.04	0.00	0.08	0.01	-0.07	0.00	-0.04	0.00
Q21	-0.04	0.00	-0.10	0.01	-0.21	0.04	0.01	0.00	0.14	0.02	0.14	0.02	-0.05	0.00

Método: Quantis da distribuição Normal com Ridits

Tabela A.25: Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.13	1.00									
Q3	0.15	0.03	1.00								
Q4	0.31	0.20	0.22	1.00							
Q5	0.29	0.23	0.40	0.44	1.00						
Q6	0.32	0.16	0.14	0.43	0.34	1.00					
Q7	0.18	0.08	-0.01	0.12	0.13	0.41	1.00				
Q8	0.32	0.13	0.19	0.22	0.42	0.34	0.23	1.00			
Q9	0.11	-0.31	0.25	0.00	0.26	0.24	0.44	0.24	1.00		
Q10	0.30	0.25	0.30	0.43	0.46	0.46	0.14	0.23	0.10	1.00	
Q11	0.27	0.16	0.22	0.21	0.46	0.34	0.14	0.40	0.14	0.57	1.00
Q12	0.30	-0.08	0.38	0.11	0.18	0.28	0.17	0.29	0.40	0.24	0.22
Q13	0.22	0.38	0.13	0.50	0.38	0.42	0.31	0.17	0.04	0.58	0.40
Q14	0.15	-0.05	0.24	0.26	0.50	0.26	0.22	0.25	0.39	0.35	0.32
Q15	0.23	0.26	0.04	0.20	0.09	0.40	0.22	0.21	-0.07	0.40	0.36
Q16	0.28	0.20	0.09	0.30	0.31	0.47	0.60	0.34	0.33	0.26	0.24
Q17	0.37	0.30	0.08	0.48	0.32	0.40	0.26	0.38	0.07	0.36	0.36
Q18	0.28	0.02	0.33	0.32	0.41	0.28	0.20	0.44	0.25	0.48	0.44
Q19	0.11	-0.02	0.31	0.29	0.41	0.22	-0.01	0.17	0.22	0.45	0.31
Q20	-0.02	0.27	0.06	-0.01	0.24	0.07	0.24	0.13	0.25	0.16	0.04
Q21	0.14	0.42	0.04	0.33	0.21	0.43	-0.03	0.09	-0.16	0.46	0.23

Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE) (cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.18	1.00								
Q14	0.31	0.36	1.00							
Q15	0.15	0.31	-0.05	1.00						
Q16	0.23	0.38	0.38	0.28	1.00					
Q17	0.28	0.42	0.36	0.37	0.49	1.00				
Q18	0.53	0.42	0.35	0.08	0.28	0.30	1.00			
Q19	0.39	0.24	0.37	0.14	0.20	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.07	0.13	0.04	0.08	0.29	0.00	0.19	0.18	1.00	
Q21	0.12	0.35	0.02	0.48	0.16	0.22	0.23	0.24	0.19	1.00

Tabela A.26: Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.3122	30.06	30.06
2	2.3268	11.08	41.14
3	1.7775	8.46	49.60
4	1.3243	6.31	55.91
5	1.1767	5.60	61.51
6	1.0282	4.90	66.41
7	0.9019	4.29	70.70
8	0.8292	3.95	74.65
9	0.7230	3.44	78.09
10	0.6899	3.29	81.38
11	0.6201	2.95	84.33
12	0.5697	2.71	87.04
13	0.4517	2.15	89.20
14	0.3789	1.80	91.00
15	0.3533	1.68	92.68
16	0.3327	1.58	94.27
17	0.3106	1.48	95.75
18	0.2727	1.30	97.04
19	0.2430	1.16	98.20
20	0.2294	1.09	99.29
21	0.1482	0.71	100.00

Tabela A.27: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.49	0.24	-0.03	0.00	-0.08	0.01	-0.43	0.18	0.12	0.01	0.32	0.10	-0.27	0.07
Q2	0.30	0.09	-0.63	0.40	-0.06	0.00	0.29	0.08	-0.18	0.03	0.34	0.12	-0.14	0.02
Q3	0.39	0.15	0.32	0.10	0.39	0.15	0.04	0.00	0.02	0.00	0.20	0.04	-0.25	0.06
Q4	0.59	0.35	-0.23	0.05	0.13	0.02	-0.20	0.04	-0.34	0.12	-0.17	0.03	-0.36	0.13
Q5	0.68	0.46	0.12	0.02	0.21	0.04	0.13	0.02	-0.38	0.15	0.25	0.06	0.06	0.00
Q6	0.67	0.45	-0.15	0.02	-0.25	0.06	-0.12	0.01	0.15	0.02	-0.21	0.05	-0.04	0.00
Q7	0.42	0.18	0.16	0.03	-0.73	0.53	0.08	0.01	0.02	0.00	-0.13	0.02	0.03	0.00
Q8	0.55	0.30	0.15	0.02	-0.11	0.01	-0.16	0.03	0.07	0.01	0.56	0.31	0.16	0.02
Q9	0.34	0.12	0.70	0.49	-0.31	0.10	0.14	0.02	0.09	0.01	-0.09	0.01	0.05	0.00
Q10	0.73	0.54	-0.20	0.04	0.27	0.08	0.08	0.01	0.03	0.00	-0.17	0.03	0.21	0.04
Q11	0.63	0.40	-0.05	0.00	0.18	0.03	-0.10	0.01	0.05	0.00	0.16	0.03	0.60	0.36
Q12	0.50	0.25	0.42	0.18	0.11	0.01	-0.11	0.01	0.46	0.21	-0.02	0.00	-0.27	0.07
Q13	0.67	0.45	-0.28	0.08	-0.01	0.00	0.05	0.00	-0.25	0.06	-0.26	0.07	0.05	0.00
Q14	0.55	0.31	0.39	0.15	0.03	0.00	-0.05	0.00	-0.42	0.17	-0.20	0.04	0.16	0.02
Q15	0.45	0.20	-0.48	0.23	-0.15	0.02	-0.08	0.01	0.48	0.23	-0.05	0.00	0.19	0.03
Q16	0.62	0.38	0.06	0.00	-0.56	0.31	0.07	0.00	-0.09	0.01	-0.04	0.00	-0.09	0.01
Q17	0.64	0.41	-0.18	0.03	-0.18	0.03	-0.34	0.12	-0.13	0.02	0.05	0.00	-0.09	0.01
Q18	0.68	0.46	0.29	0.08	0.30	0.09	0.09	0.01	0.15	0.02	0.00	0.00	-0.04	0.00
Q19	0.55	0.31	0.25	0.06	0.45	0.20	0.22	0.05	0.11	0.01	-0.23	0.05	-0.05	0.00
Q20	0.26	0.07	0.03	0.00	-0.21	0.04	0.81	0.66	0.05	0.00	0.22	0.05	-0.10	0.01
Q21	0.45	0.20	-0.57	0.32	0.18	0.03	0.24	0.06	0.27	0.08	-0.16	0.02	-0.12	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.03	0.00	0.01	0.00	0.43	0.19	-0.42	0.18	-0.02	0.00	-0.09	0.01	0.07	0.00
Q2	-0.07	0.00	-0.29	0.08	-0.09	0.01	0.01	0.00	0.17	0.03	-0.12	0.02	-0.15	0.02
Q3	0.51	0.26	-0.31	0.09	-0.18	0.03	0.16	0.03	-0.15	0.02	-0.09	0.01	0.04	0.00
Q4	0.08	0.01	0.24	0.06	0.07	0.01	0.19	0.04	-0.20	0.04	0.22	0.05	-0.02	0.00
Q5	0.21	0.04	0.20	0.04	-0.02	0.00	-0.09	0.01	0.02	0.00	-0.04	0.00	0.03	0.00
Q6	0.28	0.08	0.26	0.07	0.00	0.00	0.12	0.01	0.24	0.06	-0.14	0.02	-0.23	0.05
Q7	0.05	0.00	-0.15	0.02	0.18	0.03	0.18	0.03	-0.08	0.01	-0.13	0.02	0.02	0.00
Q8	-0.13	0.02	0.27	0.08	-0.09	0.01	0.32	0.10	0.11	0.01	0.05	0.00	0.19	0.03
Q9	0.23	0.05	0.07	0.01	0.02	0.00	-0.09	0.01	0.05	0.00	0.23	0.05	-0.11	0.01
Q10	0.13	0.02	-0.08	0.01	0.18	0.03	-0.10	0.01	-0.03	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00
Q11	0.04	0.00	-0.10	0.01	0.08	0.01	-0.02	0.00	-0.06	0.00	0.00	0.00	-0.24	0.06
Q12	-0.13	0.02	-0.26	0.07	-0.12	0.01	-0.02	0.00	0.25	0.06	0.13	0.02	-0.04	0.00
Q13	-0.07	0.00	-0.31	0.10	0.23	0.05	0.16	0.03	0.09	0.01	0.15	0.02	0.16	0.03
Q14	-0.06	0.00	-0.05	0.00	-0.25	0.06	-0.26	0.07	0.24	0.06	-0.03	0.00	0.21	0.05
Q15	0.13	0.02	-0.03	0.00	-0.22	0.05	-0.07	0.01	-0.28	0.08	0.08	0.01	0.24	0.06
Q16	-0.10	0.01	0.00	0.00	-0.15	0.02	-0.04	0.00	-0.13	0.02	-0.28	0.08	0.05	0.00
Q17	-0.28	0.08	-0.07	0.00	-0.32	0.11	-0.10	0.01	-0.14	0.02	0.20	0.04	-0.22	0.05
Q18	-0.37	0.14	-0.02	0.00	0.23	0.06	0.24	0.06	0.00	0.00	-0.07	0.00	0.02	0.00
Q19	-0.27	0.07	0.16	0.02	-0.08	0.01	-0.07	0.01	-0.25	0.06	-0.24	0.06	-0.06	0.00
Q20	-0.06	0.00	0.08	0.01	0.08	0.01	-0.15	0.02	-0.11	0.01	0.22	0.05	-0.02	0.00
Q21	0.06	0.00	0.23	0.05	-0.09	0.01	-0.06	0.00	0.28	0.08	-0.01	0.00	0.09	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ridits (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	-0.02	0.00	0.03	0.00	0.09	0.01	-0.02	0.00
Q2	-0.16	0.03	0.12	0.01	0.09	0.01	-0.08	0.01	-0.12	0.01	0.07	0.00	0.09	0.01
Q3	0.14	0.02	0.00	0.00	0.05	0.00	0.04	0.00	0.10	0.01	0.08	0.01	-0.03	0.00
Q4	-0.02	0.00	-0.10	0.01	0.03	0.00	0.04	0.00	-0.23	0.05	0.08	0.01	0.03	0.00
Q5	-0.27	0.07	-0.10	0.01	-0.09	0.01	0.04	0.00	0.09	0.01	-0.25	0.06	0.01	0.00
Q6	0.05	0.00	0.13	0.02	-0.24	0.06	0.03	0.00	0.08	0.01	0.07	0.01	0.06	0.00
Q7	-0.17	0.03	0.05	0.00	0.14	0.02	0.25	0.06	-0.03	0.00	-0.02	0.00	-0.11	0.01
Q8	0.06	0.00	0.14	0.02	0.02	0.00	-0.07	0.01	-0.05	0.00	0.03	0.00	-0.09	0.01
Q9	-0.11	0.01	0.03	0.00	0.22	0.05	-0.24	0.06	0.02	0.00	0.05	0.00	0.07	0.01
Q10	0.22	0.05	0.28	0.08	0.09	0.01	0.00	0.00	-0.13	0.02	-0.22	0.05	0.00	0.00
Q11	0.04	0.00	-0.25	0.06	-0.01	0.00	0.03	0.00	-0.08	0.01	0.12	0.01	-0.05	0.00
Q12	-0.08	0.01	-0.09	0.01	-0.15	0.02	0.03	0.00	-0.17	0.03	-0.12	0.01	-0.06	0.00
Q13	-0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.14	0.02	-0.20	0.04	0.15	0.02	0.05	0.00	-0.09	0.01
Q14	0.04	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.15	0.02	-0.06	0.00	0.16	0.02	0.06	0.00
Q15	-0.17	0.03	0.02	0.00	-0.08	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.12	0.02
Q16	0.23	0.05	-0.21	0.04	-0.02	0.00	-0.19	0.04	-0.07	0.00	-0.11	0.01	0.03	0.00
Q17	0.06	0.00	0.08	0.01	0.08	0.01	0.08	0.01	0.20	0.04	-0.06	0.00	-0.04	0.00
Q18	0.03	0.00	-0.06	0.00	0.08	0.01	0.10	0.01	0.12	0.01	-0.01	0.00	0.22	0.05
Q19	-0.16	0.03	0.14	0.02	-0.02	0.00	-0.10	0.01	-0.02	0.00	0.10	0.01	-0.13	0.02
Q20	0.14	0.02	0.00	0.00	-0.16	0.03	0.11	0.01	0.01	0.00	0.07	0.01	-0.02	0.00
Q21	0.04	0.00	-0.18	0.03	0.26	0.07	0.04	0.00	0.08	0.01	0.01	0.00	-0.09	0.01

Método: Quantis da distribuição Normal com Ordem Média

Tabela A.28: Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.13	1.00									
Q3	0.16	0.03	1.00								
Q4	0.31	0.20	0.22	1.00							
Q5	0.30	0.22	0.40	0.45	1.00						
Q6	0.32	0.16	0.14	0.43	0.34	1.00					
Q7	0.18	0.08	-0.01	0.12	0.13	0.41	1.00				
Q8	0.32	0.12	0.20	0.22	0.42	0.33	0.23	1.00			
Q9	0.11	-0.31	0.25	0.01	0.27	0.24	0.45	0.25	1.00		
Q10	0.30	0.25	0.29	0.43	0.46	0.46	0.14	0.24	0.11	1.00	
Q11	0.27	0.17	0.22	0.21	0.47	0.34	0.13	0.40	0.14	0.57	1.00
Q12	0.30	-0.08	0.39	0.11	0.19	0.28	0.17	0.30	0.39	0.24	0.22
Q13	0.22	0.37	0.13	0.50	0.38	0.42	0.31	0.17	0.05	0.58	0.40
Q14	0.15	-0.05	0.25	0.26	0.51	0.26	0.22	0.25	0.39	0.35	0.32
Q15	0.23	0.27	0.03	0.19	0.09	0.41	0.22	0.21	-0.07	0.40	0.36
Q16	0.28	0.20	0.09	0.30	0.32	0.47	0.59	0.34	0.34	0.26	0.24
Q17	0.37	0.29	0.09	0.48	0.32	0.40	0.25	0.38	0.08	0.36	0.36
Q18	0.29	0.02	0.33	0.32	0.41	0.28	0.20	0.44	0.26	0.48	0.44
Q19	0.11	-0.01	0.32	0.29	0.42	0.22	0.00	0.17	0.22	0.46	0.31
Q20	-0.02	0.26	0.05	-0.01	0.24	0.07	0.24	0.13	0.25	0.16	0.05
Q21	0.14	0.41	0.03	0.33	0.22	0.43	-0.03	0.09	-0.16	0.47	0.24

Matriz de correlações – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)
(cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.19	1.00								
Q14	0.31	0.36	1.00							
Q15	0.16	0.31	-0.05	1.00						
Q16	0.23	0.38	0.38	0.28	1.00					
Q17	0.29	0.42	0.36	0.38	0.49	1.00				
Q18	0.54	0.42	0.35	0.08	0.28	0.30	1.00			
Q19	0.39	0.24	0.37	0.14	0.20	0.22	0.64	1.00		
Q20	0.06	0.12	0.04	0.08	0.29	0.00	0.19	0.18	1.00	
Q21	0.11	0.35	0.02	0.48	0.16	0.22	0.23	0.25	0.20	1.00

Tabela A.29: Valores próprios e variância explicada – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.3354	30.17	30.17
2	2.3223	11.06	41.23
3	1.7720	8.44	49.66
4	1.3242	6.31	55.97
5	1.1706	5.57	61.54
6	1.0261	4.89	66.43
7	0.8969	4.27	70.70
8	0.8215	3.91	74.61
9	0.7310	3.48	78.10
10	0.6890	3.28	81.38
11	0.6187	2.95	84.32
12	0.5625	2.68	87.00
13	0.4552	2.17	89.17
14	0.3790	1.80	90.97
15	0.3549	1.69	92.66
16	0.3349	1.59	94.26
17	0.3100	1.48	95.73
18	0.2752	1.31	97.04
19	0.2416	1.15	98.20
20	0.2299	1.09	99.29
21	0.1492	0.71	100.00

Tabela A.30: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.49	0.24	-0.03	0.00	-0.08	0.01	-0.43	0.18	0.13	0.02	0.31	0.10	-0.26	0.07
Q2	0.30	0.09	-0.63	0.40	-0.06	0.00	0.28	0.08	-0.18	0.03	0.36	0.13	-0.15	0.02
Q3	0.39	0.15	0.33	0.11	0.39	0.15	0.03	0.00	0.03	0.00	0.18	0.03	-0.27	0.07
Q4	0.59	0.35	-0.23	0.05	0.12	0.02	-0.22	0.05	-0.36	0.13	-0.16	0.03	-0.35	0.12
Q5	0.68	0.46	0.13	0.02	0.20	0.04	0.13	0.02	-0.38	0.14	0.26	0.07	0.07	0.01
Q6	0.67	0.45	-0.15	0.02	-0.25	0.06	-0.12	0.02	0.14	0.02	-0.23	0.05	-0.04	0.00
Q7	0.42	0.18	0.17	0.03	-0.73	0.53	0.08	0.01	0.02	0.00	-0.14	0.02	0.03	0.00
Q8	0.55	0.31	0.16	0.03	-0.11	0.01	-0.15	0.02	0.11	0.01	0.55	0.30	0.15	0.02
Q9	0.35	0.12	0.69	0.48	-0.31	0.09	0.14	0.02	0.08	0.01	-0.11	0.01	0.05	0.00
Q10	0.73	0.54	-0.20	0.04	0.27	0.08	0.08	0.01	0.03	0.00	-0.17	0.03	0.20	0.04
Q11	0.63	0.40	-0.06	0.00	0.18	0.03	-0.09	0.01	0.08	0.01	0.16	0.03	0.59	0.35
Q12	0.50	0.25	0.41	0.17	0.11	0.01	-0.11	0.01	0.46	0.21	-0.04	0.00	-0.27	0.08
Q13	0.67	0.45	-0.28	0.08	-0.01	0.00	0.03	0.00	-0.26	0.07	-0.25	0.06	0.05	0.00
Q14	0.55	0.31	0.39	0.16	0.04	0.00	-0.05	0.00	-0.42	0.17	-0.18	0.03	0.18	0.03
Q15	0.45	0.20	-0.49	0.24	-0.15	0.02	-0.07	0.00	0.48	0.23	-0.07	0.00	0.17	0.03
Q16	0.62	0.38	0.06	0.00	-0.55	0.31	0.07	0.00	-0.10	0.01	-0.04	0.00	-0.09	0.01
Q17	0.64	0.41	-0.18	0.03	-0.18	0.03	-0.35	0.12	-0.12	0.01	0.07	0.00	-0.08	0.01
Q18	0.68	0.46	0.28	0.08	0.29	0.09	0.09	0.01	0.16	0.03	0.00	0.00	-0.04	0.00
Q19	0.56	0.31	0.24	0.06	0.45	0.21	0.23	0.05	0.10	0.01	-0.23	0.05	-0.05	0.00
Q20	0.26	0.07	0.03	0.00	-0.22	0.05	0.81	0.66	0.05	0.00	0.22	0.05	-0.11	0.01
Q21	0.45	0.20	-0.58	0.33	0.18	0.03	0.24	0.06	0.25	0.06	-0.17	0.03	-0.11	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.05	0.00	0.08	0.01	0.41	0.17	-0.44	0.19	0.01	0.00	-0.08	0.01	-0.07	0.00
Q2	-0.07	0.00	-0.31	0.09	-0.06	0.00	0.02	0.00	0.17	0.03	-0.13	0.02	0.16	0.03
Q3	0.50	0.25	-0.33	0.11	-0.14	0.02	0.15	0.02	-0.17	0.03	-0.09	0.01	-0.05	0.00
Q4	0.06	0.00	0.24	0.06	0.05	0.00	0.18	0.03	-0.20	0.04	0.21	0.05	0.02	0.00
Q5	0.22	0.05	0.19	0.04	-0.04	0.00	-0.08	0.01	0.02	0.00	-0.05	0.00	0.00	0.00
Q6	0.28	0.08	0.24	0.06	-0.02	0.00	0.15	0.02	0.23	0.05	-0.14	0.02	0.22	0.05
Q7	0.04	0.00	-0.14	0.02	0.20	0.04	0.16	0.02	-0.10	0.01	-0.14	0.02	-0.02	0.00
Q8	-0.12	0.02	0.25	0.06	-0.11	0.01	0.35	0.12	0.09	0.01	0.05	0.00	-0.20	0.04
Q9	0.23	0.05	0.07	0.01	0.01	0.00	-0.07	0.01	0.06	0.00	0.23	0.05	0.13	0.02
Q10	0.13	0.02	-0.06	0.00	0.18	0.03	-0.10	0.01	-0.03	0.00	0.06	0.00	-0.03	0.00
Q11	0.05	0.00	-0.09	0.01	0.09	0.01	-0.02	0.00	-0.06	0.00	0.01	0.00	0.24	0.06
Q12	-0.14	0.02	-0.27	0.07	-0.09	0.01	-0.02	0.00	0.25	0.06	0.13	0.02	0.04	0.00
Q13	-0.08	0.01	-0.31	0.09	0.26	0.07	0.15	0.02	0.08	0.01	0.15	0.02	-0.14	0.02
Q14	-0.06	0.00	-0.07	0.01	-0.24	0.06	-0.24	0.06	0.25	0.06	-0.05	0.00	-0.23	0.05
Q15	0.13	0.02	-0.06	0.00	-0.22	0.05	-0.09	0.01	-0.27	0.07	0.08	0.01	-0.22	0.05
Q16	-0.10	0.01	-0.01	0.00	-0.15	0.02	-0.06	0.00	-0.14	0.02	-0.26	0.07	-0.06	0.00
Q17	-0.28	0.08	-0.09	0.01	-0.32	0.10	-0.11	0.01	-0.13	0.02	0.21	0.04	0.21	0.04
Q18	-0.37	0.14	0.01	0.00	0.25	0.06	0.22	0.05	-0.01	0.00	-0.07	0.01	-0.02	0.00
Q19	-0.26	0.07	0.15	0.02	-0.10	0.01	-0.08	0.01	-0.24	0.06	-0.24	0.06	0.09	0.01
Q20	-0.05	0.00	0.10	0.01	0.06	0.00	-0.15	0.02	-0.09	0.01	0.23	0.05	0.00	0.00
Q21	0.07	0.00	0.22	0.05	-0.11	0.01	-0.03	0.00	0.28	0.08	-0.02	0.00	-0.09	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Quantis da distribuição normal com ordem média (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.01	0.00	-0.02	0.00	-0.05	0.00	-0.08	0.01	-0.02	0.00
Q2	0.15	0.02	-0.11	0.01	0.09	0.01	-0.08	0.01	0.10	0.01	-0.09	0.01	0.09	0.01
Q3	-0.13	0.02	-0.01	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	-0.11	0.01	-0.06	0.00	-0.03	0.00
Q4	0.02	0.00	0.10	0.01	0.04	0.00	0.04	0.00	0.20	0.04	-0.12	0.02	0.03	0.00
Q5	0.25	0.06	0.14	0.02	-0.09	0.01	0.04	0.00	-0.03	0.00	0.26	0.07	0.01	0.00
Q6	-0.05	0.00	-0.12	0.01	-0.26	0.07	0.02	0.00	-0.08	0.01	-0.06	0.00	0.05	0.00
Q7	0.17	0.03	-0.03	0.00	0.12	0.02	0.25	0.06	0.03	0.00	0.01	0.00	-0.11	0.01
Q8	-0.02	0.00	-0.14	0.02	0.02	0.00	-0.08	0.01	0.04	0.00	-0.04	0.00	-0.09	0.01
Q9	0.10	0.01	-0.04	0.00	0.23	0.05	-0.22	0.05	-0.04	0.00	-0.03	0.00	0.08	0.01
Q10	-0.18	0.03	-0.31	0.10	0.06	0.00	0.01	0.00	0.18	0.03	0.19	0.03	0.00	0.00
Q11	-0.09	0.01	0.24	0.06	0.02	0.00	0.04	0.00	0.06	0.00	-0.13	0.02	-0.04	0.00
Q12	0.07	0.00	0.12	0.01	-0.13	0.02	0.02	0.00	0.20	0.04	0.08	0.01	-0.05	0.00
Q13	0.05	0.00	0.05	0.00	-0.13	0.02	-0.20	0.04	-0.16	0.03	-0.01	0.00	-0.09	0.01
Q14	-0.02	0.00	-0.05	0.00	-0.01	0.00	0.13	0.02	0.03	0.00	-0.17	0.03	0.06	0.00
Q15	0.20	0.04	0.01	0.00	-0.07	0.01	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.03	0.00	0.12	0.02
Q16	-0.26	0.07	0.18	0.03	0.00	0.00	-0.19	0.04	0.08	0.01	0.10	0.01	0.03	0.00
Q17	-0.06	0.00	-0.10	0.01	0.06	0.00	0.10	0.01	-0.18	0.03	0.09	0.01	-0.04	0.00
Q18	-0.04	0.00	0.05	0.00	0.07	0.00	0.10	0.01	-0.12	0.02	0.03	0.00	0.23	0.05
Q19	0.17	0.03	-0.12	0.01	-0.02	0.00	-0.11	0.01	0.00	0.00	-0.09	0.01	-0.13	0.02
Q20	-0.13	0.02	0.00	0.00	-0.17	0.03	0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.08	0.01	-0.02	0.00
Q21	-0.06	0.00	0.16	0.02	0.27	0.07	0.05	0.00	-0.09	0.01	0.02	0.00	-0.09	0.01

Apêndice B

Análise em Componentes Principais Linear com Coeficiente de Correlação Ordinal de Spearman

B.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Resultados

Tabela B.1: Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.73	1.00							
Q3	0.67	0.75	1.00						
Q4	0.29	0.26	0.09	1.00					
Q5	0.42	0.42	0.40	0.41	1.00				
Q6	0.29	0.23	0.16	0.50	0.36	1.00			
Q7	-0.21	-0.12	-0.25	0.09	-0.09	0.14	1.00		
Q8	-0.17	-0.08	-0.12	-0.05	0.04	-0.01	0.63	1.00	
Q9	0.19	0.19	0.04	0.42	0.16	0.39	-0.01	-0.09	1.00
Q10	0.19	0.14	0.06	0.34	0.12	0.35	-0.01	-0.12	0.50
Q11	0.12	0.11	0.13	0.06	0.32	-0.02	0.10	0.15	-0.04
Q12	0.38	0.35	0.50	0.00	0.38	0.14	0.03	0.11	-0.18
Q13	0.22	0.18	0.26	-0.02	0.24	-0.09	-0.02	0.20	-0.14
Q14	0.11	0.17	0.18	0.20	0.34	0.04	0.06	0.20	0.17
Q15	0.24	0.26	0.28	0.04	0.30	0.06	0.03	0.07	0.21
Q16	0.37	0.32	0.42	-0.08	0.31	0.07	-0.19	-0.11	-0.13
Q17	0.42	0.39	0.41	0.07	0.31	0.19	-0.23	-0.15	0.14

Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.06	1.00						
Q12	-0.05	0.45	1.00					
Q13	-0.09	0.58	0.54	1.00				
Q14	0.11	0.48	0.42	0.31	1.00			
Q15	0.12	0.26	0.39	0.23	0.62	1.00		
Q16	0.02	0.25	0.44	0.36	0.25	0.39	1.00	
Q17	0.10	0.18	0.37	0.21	0.33	0.42	0.53	1.00

Tabela B.2: Valores próprios e variância explicada – ACP Spearman (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.766	28.03	28.03
2	2.557	15.04	43.08
3	2.098	12.34	55.41
4	1.338	7.87	63.28
5	1.018	5.99	69.27
6	0.820	4.82	74.10
7	0.757	4.45	78.55
8	0.555	3.26	81.81
9	0.524	3.08	84.89
10	0.460	2.71	87.60
11	0.434	2.55	90.15
12	0.420	2.47	92.62
13	0.326	1.92	94.54
14	0.288	1.70	96.23
15	0.262	1.54	97.77
16	0.205	1.20	98.98
17	0.174	1.02	100.00

Tabela B.3: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.73	0.53	0.26	0.07	-0.26	0.07	0.31	0.10	0.05	0.00	-0.14	0.02	0.08	0.01	0.07	0.01	-0.01	0.00
Q2	0.72	0.52	0.22	0.05	-0.21	0.04	0.36	0.13	0.19	0.04	-0.30	0.09	-0.03	0.00	0.07	0.00	0.01	0.00
Q3	0.73	0.54	0.04	0.00	-0.36	0.13	0.31	0.09	0.16	0.02	-0.21	0.04	0.01	0.00	-0.11	0.01	-0.05	0.00
Q4	0.32	0.10	0.57	0.33	0.39	0.15	0.12	0.01	-0.34	0.12	0.01	0.00	-0.22	0.05	0.03	0.00	0.02	0.00
Q5	0.67	0.45	0.12	0.01	0.17	0.03	0.13	0.02	-0.26	0.07	0.14	0.02	-0.38	0.14	-0.10	0.01	0.35	0.12
Q6	0.35	0.12	0.56	0.31	0.32	0.10	0.20	0.04	-0.05	0.00	0.49	0.24	0.04	0.00	-0.02	0.00	-0.25	0.07
Q7	-0.16	0.03	-0.15	0.02	0.73	0.53	0.36	0.13	0.33	0.11	0.10	0.01	0.11	0.01	0.05	0.00	-0.08	0.01
Q8	-0.05	0.00	-0.37	0.14	0.66	0.43	0.35	0.13	0.31	0.10	-0.05	0.00	0.02	0.00	0.12	0.01	0.25	0.06
Q9	0.22	0.05	0.66	0.44	0.32	0.10	-0.30	0.09	0.05	0.00	-0.25	0.06	0.12	0.01	0.28	0.08	-0.06	0.00
Q10	0.21	0.05	0.59	0.35	0.23	0.05	-0.27	0.07	0.02	0.00	-0.04	0.00	0.53	0.28	-0.31	0.10	0.21	0.05
Q11	0.46	0.21	-0.47	0.22	0.32	0.10	-0.10	0.01	-0.45	0.21	-0.11	0.01	0.12	0.01	0.14	0.02	-0.11	0.01
Q12	0.69	0.47	-0.42	0.17	0.04	0.00	0.15	0.02	-0.03	0.00	0.13	0.02	0.10	0.01	-0.30	0.09	-0.30	0.09
Q13	0.49	0.24	-0.54	0.29	0.10	0.01	0.06	0.00	-0.36	0.13	-0.10	0.01	0.34	0.12	0.15	0.02	0.07	0.00
Q14	0.55	0.31	-0.24	0.06	0.43	0.18	-0.43	0.19	0.04	0.00	-0.18	0.03	-0.24	0.06	-0.13	0.02	-0.07	0.01
Q15	0.59	0.35	-0.16	0.02	0.21	0.04	-0.46	0.21	0.39	0.15	-0.08	0.01	-0.16	0.03	-0.12	0.02	-0.04	0.00
Q16	0.62	0.38	-0.26	0.07	-0.28	0.08	-0.15	0.02	0.13	0.02	0.41	0.17	0.14	0.02	0.03	0.00	0.30	0.09
Q17	0.66	0.43	0.00	0.00	-0.20	0.04	-0.28	0.08	0.21	0.05	0.29	0.08	-0.01	0.00	0.40	0.16	-0.07	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (IHCPI)
(cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.12	0.01	0.04	0.00	0.04	0.00	-0.20	0.04	-0.32	0.10	0.18	0.03	0.01	0.00	0.10	0.01
Q2	0.08	0.01	0.05	0.00	-0.10	0.01	0.08	0.01	0.05	0.00	-0.12	0.01	-0.22	0.05	-0.20	0.04
Q3	-0.09	0.01	-0.02	0.00	-0.03	0.00	0.20	0.04	0.14	0.02	-0.10	0.01	0.21	0.05	0.18	0.03
Q4	0.37	0.14	-0.18	0.03	0.16	0.03	0.01	0.00	0.09	0.01	0.00	0.00	0.13	0.02	-0.07	0.00
Q5	-0.25	0.06	0.10	0.01	-0.11	0.01	-0.17	0.03	0.09	0.01	0.01	0.00	-0.06	0.00	0.06	0.00
Q6	-0.18	0.03	0.07	0.01	0.07	0.01	0.16	0.02	-0.17	0.03	-0.14	0.02	-0.05	0.00	0.01	0.00
Q7	0.22	0.05	0.16	0.02	-0.08	0.01	-0.11	0.01	0.17	0.03	0.00	0.00	-0.08	0.01	0.15	0.02
Q8	-0.18	0.03	-0.18	0.03	0.01	0.00	0.09	0.01	-0.14	0.02	0.04	0.00	0.13	0.02	-0.11	0.01
Q9	-0.23	0.05	0.16	0.02	0.12	0.01	0.06	0.00	0.14	0.02	0.21	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
Q10	0.02	0.00	-0.12	0.01	-0.18	0.03	-0.07	0.00	-0.01	0.00	-0.07	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00
Q11	0.06	0.00	0.26	0.07	-0.30	0.09	0.04	0.00	-0.07	0.01	-0.05	0.00	0.13	0.02	-0.06	0.00
Q12	-0.10	0.01	-0.11	0.01	0.03	0.00	-0.11	0.01	0.14	0.02	0.22	0.05	0.01	0.00	-0.13	0.02
Q13	-0.06	0.00	-0.12	0.01	0.33	0.11	-0.04	0.00	0.04	0.00	-0.14	0.02	-0.12	0.01	0.08	0.01
Q14	0.08	0.01	-0.18	0.03	-0.08	0.01	0.22	0.05	-0.11	0.01	0.08	0.01	-0.16	0.02	0.12	0.01
Q15	0.02	0.00	0.19	0.04	0.23	0.05	-0.18	0.03	-0.05	0.00	-0.19	0.04	0.09	0.01	-0.06	0.00
Q16	0.20	0.04	0.19	0.04	0.10	0.01	0.21	0.05	0.03	0.00	0.14	0.02	0.00	0.00	-0.03	0.00
Q17	-0.01	0.00	-0.29	0.08	-0.20	0.04	-0.13	0.02	0.07	0.01	-0.06	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00

B.2 Inquérito social europeu

Resultados

Tabela B.4: Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.11	1.00									
Q3	0.19	0.02	1.00								
Q4	0.32	0.15	0.17	1.00							
Q5	0.31	0.20	0.34	0.45	1.00						
Q6	0.34	0.15	0.12	0.43	0.33	1.00					
Q7	0.21	0.06	0.03	0.11	0.14	0.40	1.00				
Q8	0.32	0.10	0.22	0.22	0.43	0.29	0.26	1.00			
Q9	0.14	-0.28	0.30	0.08	0.30	0.25	0.43	0.29	1.00		
Q10	0.32	0.25	0.27	0.43	0.47	0.44	0.13	0.24	0.16	1.00	
Q11	0.30	0.19	0.19	0.19	0.48	0.36	0.12	0.39	0.15	0.54	1.00
Q12	0.31	-0.05	0.40	0.11	0.20	0.27	0.21	0.33	0.39	0.25	0.24
Q13	0.21	0.34	0.10	0.50	0.35	0.42	0.28	0.18	0.09	0.55	0.38
Q14	0.15	-0.06	0.27	0.26	0.52	0.22	0.21	0.24	0.39	0.35	0.31
Q15	0.24	0.28	-0.04	0.16	0.09	0.44	0.24	0.19	-0.08	0.40	0.36
Q16	0.30	0.15	0.09	0.34	0.33	0.43	0.57	0.37	0.33	0.26	0.24
Q17	0.35	0.24	0.11	0.47	0.35	0.41	0.21	0.40	0.13	0.36	0.35
Q18	0.30	0.02	0.32	0.32	0.39	0.27	0.22	0.44	0.28	0.47	0.45
Q19	0.11	0.05	0.34	0.31	0.43	0.23	0.02	0.18	0.25	0.46	0.34
Q20	0.01	0.24	0.03	-0.01	0.23	0.07	0.21	0.15	0.23	0.18	0.07
Q21	0.12	0.38	-0.02	0.35	0.22	0.45	-0.03	0.07	-0.15	0.49	0.29

Matriz de correlações de Spearman – ACP Spearman (ISE) (cont.)

Questões										
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.21	1.00								
Q14	0.31	0.34	1.00							
Q15	0.14	0.31	-0.05	1.00						
Q16	0.22	0.34	0.34	0.30	1.00					
Q17	0.35	0.44	0.36	0.38	0.49	1.00				
Q18	0.53	0.42	0.36	0.08	0.28	0.31	1.00			
Q19	0.35	0.24	0.35	0.14	0.19	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.06	0.08	0.03	0.11	0.30	0.02	0.19	0.20	1.00	
Q21	0.05	0.33	0.03	0.48	0.16	0.22	0.19	0.30	0.20	1.00

Tabela B.5: Valores próprios e variância explicada – ACP Spearman (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.336	30.17	30.17
2	2.329	11.09	41.26
3	1.707	8.13	49.39
4	1.311	6.24	55.63
5	1.146	5.46	61.09
6	1.027	4.89	65.98
7	0.866	4.12	70.10
8	0.819	3.90	74.00
9	0.773	3.68	77.68
10	0.699	3.33	81.01
11	0.611	2.91	83.92
12	0.535	2.55	86.47
13	0.493	2.35	88.82
14	0.405	1.93	90.74
15	0.376	1.79	92.53
16	0.343	1.63	94.17
17	0.309	1.47	95.64
18	0.274	1.30	96.94
19	0.262	1.25	98.19
20	0.218	1.04	99.23
21	0.162	0.77	100.00

Tabela B.6: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.50	0.25	0.00	0.00	0.13	0.02	-0.35	0.12	0.27	0.08	0.25	0.06	0.16	0.03
Q2	0.27	0.07	0.59	0.35	-0.02	0.00	0.24	0.06	-0.04	0.00	0.44	0.19	0.25	0.06
Q3	0.38	0.14	-0.41	0.17	-0.35	0.12	-0.01	0.00	0.15	0.02	0.11	0.01	0.34	0.11
Q4	0.59	0.35	0.18	0.03	-0.11	0.01	-0.31	0.10	-0.41	0.17	-0.06	0.00	0.32	0.10
Q5	0.68	0.46	-0.13	0.02	-0.21	0.04	0.09	0.01	-0.31	0.09	0.32	0.10	-0.16	0.02
Q6	0.66	0.43	0.21	0.04	0.25	0.06	-0.13	0.02	0.05	0.00	-0.31	0.10	-0.02	0.00
Q7	0.42	0.18	-0.16	0.03	0.71	0.50	0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.16	0.02	0.01	0.00
Q8	0.56	0.31	-0.20	0.04	0.16	0.02	-0.04	0.00	0.24	0.06	0.47	0.22	-0.15	0.02
Q9	0.40	0.16	-0.65	0.42	0.26	0.07	0.18	0.03	-0.05	0.00	-0.20	0.04	-0.08	0.01
Q10	0.73	0.53	0.22	0.05	-0.29	0.08	0.07	0.00	-0.01	0.00	-0.15	0.02	-0.13	0.02
Q11	0.64	0.41	0.09	0.01	-0.20	0.04	-0.01	0.00	0.20	0.04	0.14	0.02	-0.55	0.30
Q12	0.52	0.27	-0.40	0.16	-0.04	0.00	-0.10	0.01	0.46	0.21	-0.13	0.02	0.26	0.07
Q13	0.65	0.42	0.27	0.07	-0.01	0.00	-0.12	0.01	-0.28	0.08	-0.14	0.02	0.05	0.00
Q14	0.55	0.30	-0.39	0.15	-0.10	0.01	-0.10	0.01	-0.42	0.17	-0.02	0.00	-0.23	0.05
Q15	0.45	0.20	0.54	0.30	0.22	0.05	0.01	0.00	0.39	0.15	-0.16	0.03	-0.15	0.02
Q16	0.61	0.38	-0.03	0.00	0.54	0.29	0.09	0.01	-0.17	0.03	0.04	0.00	0.08	0.01
Q17	0.65	0.43	0.13	0.02	0.17	0.03	-0.34	0.11	-0.05	0.00	0.15	0.02	0.08	0.01
Q18	0.68	0.46	-0.28	0.08	-0.27	0.07	0.10	0.01	0.17	0.03	-0.07	0.01	0.07	0.01
Q19	0.57	0.32	-0.17	0.03	-0.48	0.23	0.27	0.07	0.03	0.00	-0.24	0.06	0.08	0.01
Q20	0.26	0.07	0.02	0.00	0.17	0.03	0.83	0.68	-0.04	0.00	0.15	0.02	0.14	0.02
Q21	0.45	0.20	0.62	0.38	-0.21	0.04	0.20	0.04	0.07	0.00	-0.25	0.06	0.03	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (ISE)
(cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.34	0.11	-0.04	0.00	-0.35	0.12	0.42	0.18	0.00	0.00	0.08	0.01	-0.01	0.00
Q2	-0.20	0.04	0.31	0.10	-0.01	0.00	-0.05	0.00	0.05	0.00	0.22	0.05	0.17	0.03
Q3	0.22	0.05	0.46	0.21	0.16	0.03	-0.18	0.03	-0.22	0.05	-0.12	0.02	-0.12	0.01
Q4	0.19	0.04	-0.26	0.07	-0.06	0.00	-0.14	0.02	-0.02	0.00	-0.17	0.03	0.04	0.00
Q5	0.25	0.06	0.01	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.09	0.01	0.11	0.01
Q6	0.28	0.08	0.04	0.00	0.06	0.00	-0.21	0.04	0.16	0.03	0.24	0.06	0.13	0.02
Q7	-0.07	0.00	0.17	0.03	-0.22	0.05	-0.13	0.02	-0.18	0.03	0.14	0.02	-0.02	0.00
Q8	0.00	0.00	-0.27	0.07	0.06	0.00	-0.38	0.15	0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.19	0.04
Q9	0.19	0.04	0.09	0.01	0.04	0.00	-0.02	0.00	0.21	0.04	-0.16	0.02	0.21	0.05
Q10	0.08	0.01	0.15	0.02	-0.14	0.02	0.10	0.01	0.01	0.00	-0.22	0.05	-0.14	0.02
Q11	-0.03	0.00	0.10	0.01	-0.12	0.01	-0.02	0.00	-0.07	0.01	-0.04	0.00	0.16	0.03
Q12	-0.26	0.07	0.07	0.00	0.12	0.01	0.11	0.01	0.28	0.08	0.07	0.00	0.01	0.00
Q13	-0.33	0.11	0.20	0.04	-0.29	0.09	-0.10	0.01	0.13	0.02	-0.18	0.03	-0.02	0.00
Q14	-0.15	0.02	0.16	0.03	0.20	0.04	0.26	0.07	0.07	0.01	0.19	0.04	-0.24	0.06
Q15	0.01	0.00	0.08	0.01	0.22	0.05	0.07	0.01	-0.19	0.04	-0.19	0.03	-0.02	0.00
Q16	-0.04	0.00	-0.11	0.01	0.13	0.02	0.09	0.01	-0.29	0.08	0.05	0.00	-0.13	0.02
Q17	-0.26	0.07	-0.14	0.02	0.36	0.13	0.13	0.02	0.03	0.00	-0.17	0.03	0.17	0.03
Q18	-0.28	0.08	-0.26	0.07	-0.30	0.09	-0.10	0.01	-0.07	0.00	0.08	0.01	-0.07	0.01
Q19	-0.07	0.00	-0.23	0.05	0.08	0.01	0.05	0.00	-0.29	0.09	0.16	0.02	0.21	0.04
Q20	0.07	0.00	-0.13	0.02	-0.02	0.00	0.18	0.03	0.15	0.02	-0.20	0.04	-0.02	0.00
Q21	0.18	0.03	-0.10	0.01	0.15	0.02	-0.02	0.00	0.18	0.03	0.17	0.03	-0.23	0.05

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – ACP Spearman (ISE)
(cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.04	0.00	0.03	0.00	-0.02	0.00	0.10	0.01	0.08	0.01	-0.01	0.00	0.04	0.00
Q2	0.09	0.01	0.15	0.02	0.04	0.00	0.02	0.00	-0.02	0.00	0.10	0.01	-0.09	0.01
Q3	-0.12	0.01	-0.01	0.00	-0.04	0.00	0.01	0.00	0.11	0.01	-0.04	0.00	0.01	0.00
Q4	0.01	0.00	-0.06	0.00	0.14	0.02	-0.12	0.01	0.04	0.00	0.22	0.05	-0.03	0.00
Q5	0.11	0.01	-0.27	0.07	0.08	0.01	-0.05	0.00	-0.14	0.02	-0.20	0.04	-0.04	0.00
Q6	-0.14	0.02	-0.06	0.00	-0.30	0.09	0.04	0.00	-0.04	0.00	0.04	0.00	-0.03	0.00
Q7	0.16	0.03	-0.03	0.00	0.05	0.00	-0.24	0.06	0.10	0.01	-0.05	0.00	0.10	0.01
Q8	0.15	0.02	0.07	0.01	-0.05	0.00	0.10	0.01	-0.01	0.00	0.06	0.00	0.09	0.01
Q9	0.09	0.01	0.21	0.05	0.16	0.03	0.13	0.02	0.06	0.00	-0.01	0.00	-0.10	0.01
Q10	0.12	0.01	0.25	0.06	-0.14	0.02	-0.16	0.02	-0.24	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
Q11	-0.29	0.09	0.00	0.00	0.13	0.02	-0.08	0.01	0.08	0.01	0.10	0.01	0.06	0.00
Q12	-0.03	0.00	-0.14	0.02	0.14	0.02	-0.10	0.01	-0.18	0.03	0.07	0.00	0.06	0.00
Q13	-0.02	0.00	-0.12	0.02	0.00	0.00	0.25	0.06	0.01	0.00	-0.08	0.01	0.10	0.01
Q14	0.07	0.01	-0.02	0.00	-0.07	0.01	0.02	0.00	0.13	0.02	0.16	0.02	-0.03	0.00
Q15	0.22	0.05	-0.21	0.04	0.04	0.00	0.09	0.01	0.03	0.00	0.07	0.00	-0.12	0.01
Q16	-0.26	0.07	0.09	0.01	0.11	0.01	0.13	0.02	-0.21	0.04	-0.01	0.00	-0.03	0.00
Q17	-0.03	0.00	0.11	0.01	-0.12	0.01	-0.12	0.01	0.13	0.02	-0.17	0.03	0.03	0.00
Q18	-0.05	0.00	-0.01	0.00	-0.05	0.00	-0.04	0.00	0.09	0.01	-0.08	0.01	-0.25	0.06
Q19	0.15	0.02	0.05	0.00	-0.04	0.00	0.12	0.01	0.00	0.00	0.04	0.00	0.16	0.02
Q20	-0.11	0.01	-0.13	0.02	-0.14	0.02	-0.04	0.00	0.08	0.01	0.07	0.00	0.04	0.00
Q21	-0.05	0.00	0.10	0.01	0.21	0.05	-0.01	0.00	0.14	0.02	-0.14	0.02	0.05	0.00

Apêndice C

Análise em Componentes Principais Categórica (CATPCA)

C.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Resultados

Tabela C.1: Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (IHCPI)

Questões	Questões								
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
Q1	1.00								
Q2	0.71	1.00							
Q3	0.67	0.74	1.00						
Q4	0.28	0.24	0.11	1.00					
Q5	0.45	0.42	0.39	0.39	1.00				
Q6	0.30	0.23	0.15	0.51	0.31	1.00			
Q7	-0.16	-0.06	-0.19	0.10	-0.04	0.14	1.00		
Q8	-0.10	-0.01	-0.07	0.00	0.13	-0.02	0.65	1.00	
Q9	0.14	0.14	0.01	0.34	0.07	0.33	0.00	-0.02	1.00
Q10	0.13	0.06	0.03	0.22	0.04	0.27	-0.02	-0.06	0.40
Q11	0.09	0.07	0.11	0.04	0.28	-0.03	0.14	0.17	-0.07
Q12	0.38	0.35	0.49	0.01	0.37	0.15	0.07	0.15	-0.18
Q13	0.21	0.17	0.25	-0.01	0.24	-0.06	-0.02	0.20	-0.15
Q14	0.11	0.15	0.17	0.19	0.30	0.08	0.09	0.20	0.17
Q15	0.24	0.26	0.26	0.08	0.27	0.10	0.05	0.10	0.23
Q16	0.37	0.32	0.41	-0.08	0.33	0.08	-0.17	-0.12	-0.11
Q17	0.41	0.37	0.43	0.02	0.26	0.14	-0.17	-0.08	0.09

Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (IHCPI) (cont.)

Questões	Questões							
	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17
Q10	1.00							
Q11	-0.11	1.00						
Q12	-0.10	0.44	1.00					
Q13	-0.10	0.58	0.53	1.00				
Q14	0.05	0.45	0.44	0.29	1.00			
Q15	0.08	0.27	0.38	0.22	0.57	1.00		
Q16	0.04	0.24	0.44	0.34	0.24	0.41	1.00	
Q17	0.05	0.15	0.36	0.20	0.32	0.40	0.52	1.00

Tabela C.2: Valores próprios e variância explicada – CATPCA (IHCPI)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	4.621	27.18	27.18
2	2.386	14.04	41.22
3	2.072	12.19	53.41
4	1.386	8.16	61.57
5	1.065	6.26	67.83
6	0.821	4.83	72.66
7	0.797	4.69	77.35
8	0.618	3.64	80.98
9	0.565	3.32	84.30
10	0.489	2.88	87.18
11	0.446	2.63	89.81
12	0.421	2.48	92.28
13	0.326	1.92	94.20
14	0.292	1.72	95.92
15	0.285	1.67	97.59
16	0.225	1.32	98.92
17	0.184	1.08	100.00

Tabela C.3: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (IHCPI)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7		Comp. 8		Comp. 9	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.72	0.52	0.34	0.12	-0.20	0.04	-0.28	0.08	-0.05	0.00	0.09	0.01	-0.12	0.02	-0.04	0.00	-0.04	0.00
Q2	0.70	0.49	0.29	0.08	-0.15	0.02	-0.36	0.13	-0.21	0.04	0.01	0.00	-0.27	0.07	-0.04	0.00	0.00	0.00
Q3	0.73	0.54	0.16	0.02	-0.32	0.10	-0.28	0.08	-0.17	0.03	0.06	0.00	-0.20	0.04	-0.05	0.00	0.15	0.02
Q4	0.29	0.08	0.50	0.25	0.47	0.22	-0.13	0.02	0.42	0.17	-0.20	0.04	-0.01	0.00	0.02	0.00	-0.01	0.00
Q5	0.65	0.42	0.11	0.01	0.15	0.02	-0.21	0.04	0.28	0.08	-0.21	0.04	0.07	0.00	0.52	0.27	-0.10	0.01
Q6	0.33	0.11	0.52	0.27	0.38	0.15	-0.12	0.01	0.17	0.03	-0.02	0.00	0.46	0.21	-0.32	0.10	0.04	0.00
Q7	-0.07	0.00	-0.26	0.07	0.72	0.51	-0.33	0.11	-0.36	0.13	0.04	0.00	0.16	0.03	-0.11	0.01	-0.02	0.00
Q8	0.06	0.00	-0.40	0.16	0.64	0.41	-0.32	0.10	-0.36	0.13	0.09	0.01	-0.05	0.00	0.20	0.04	-0.15	0.02
Q9	0.13	0.02	0.56	0.32	0.40	0.16	0.39	0.15	-0.09	0.01	0.08	0.01	-0.33	0.11	-0.15	0.02	-0.27	0.07
Q10	0.10	0.01	0.51	0.26	0.24	0.06	0.33	0.11	-0.09	0.01	0.63	0.40	0.09	0.01	0.26	0.07	0.22	0.05
Q11	0.45	0.20	-0.54	0.29	0.22	0.05	0.13	0.02	0.40	0.16	0.15	0.02	-0.13	0.02	-0.11	0.01	-0.14	0.02
Q12	0.71	0.51	-0.38	0.15	-0.01	0.00	-0.11	0.01	0.04	0.00	0.06	0.00	0.14	0.02	-0.18	0.03	0.34	0.12
Q13	0.51	0.26	-0.53	0.28	0.01	0.00	-0.03	0.00	0.32	0.10	0.38	0.15	-0.10	0.01	-0.10	0.01	-0.17	0.03
Q14	0.55	0.30	-0.26	0.07	0.36	0.13	0.43	0.19	0.03	0.00	-0.24	0.06	-0.16	0.02	0.01	0.00	0.25	0.06
Q15	0.59	0.35	-0.12	0.01	0.19	0.04	0.47	0.22	-0.29	0.08	-0.24	0.06	-0.06	0.00	0.03	0.00	0.12	0.01
Q16	0.63	0.40	-0.15	0.02	-0.33	0.11	0.20	0.04	-0.11	0.01	0.08	0.01	0.42	0.17	0.18	0.03	-0.13	0.02
Q17	0.63	0.40	0.03	0.00	-0.23	0.05	0.27	0.07	-0.27	0.07	-0.11	0.01	0.23	0.05	-0.13	0.02	-0.35	0.13

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (IHCPI) (cont.)

Quest.	Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14		Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	-0.05	0.00	0.06	0.00	0.02	0.00	-0.24	0.06	0.24	0.06	0.29	0.08	0.08	0.01	0.06	0.00
Q2	-0.05	0.00	0.15	0.02	0.00	0.00	0.08	0.01	-0.16	0.02	0.02	0.00	-0.27	0.07	-0.16	0.03
Q3	0.04	0.00	0.00	0.00	-0.04	0.00	0.16	0.03	-0.14	0.02	-0.16	0.03	0.25	0.06	0.14	0.02
Q4	0.13	0.02	0.18	0.03	0.36	0.13	0.04	0.00	0.08	0.01	-0.12	0.01	0.07	0.01	-0.08	0.01
Q5	-0.03	0.00	-0.14	0.02	-0.22	0.05	-0.06	0.00	0.00	0.00	-0.09	0.01	-0.09	0.01	0.09	0.01
Q6	-0.10	0.01	-0.16	0.02	-0.11	0.01	0.00	0.00	-0.21	0.05	0.12	0.02	0.03	0.00	0.00	0.00
Q7	-0.09	0.01	0.25	0.06	-0.02	0.00	0.02	0.00	0.10	0.01	-0.10	0.01	-0.10	0.01	0.19	0.04
Q8	0.11	0.01	-0.19	0.04	0.05	0.00	0.02	0.00	-0.06	0.00	0.11	0.01	0.15	0.02	-0.16	0.03
Q9	-0.14	0.02	-0.20	0.04	-0.12	0.01	0.16	0.03	0.16	0.03	-0.07	0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00
Q10	0.13	0.02	0.10	0.01	-0.02	0.00	-0.08	0.01	-0.04	0.00	-0.03	0.00	-0.02	0.00	-0.01	0.00
Q11	-0.08	0.01	0.31	0.10	-0.28	0.08	-0.05	0.00	-0.05	0.00	-0.02	0.00	0.11	0.01	-0.10	0.01
Q12	0.06	0.00	-0.21	0.04	-0.08	0.01	-0.01	0.00	0.25	0.06	-0.16	0.02	-0.06	0.00	-0.13	0.02
Q13	-0.02	0.00	-0.20	0.04	0.29	0.08	-0.02	0.00	-0.10	0.01	0.00	0.00	-0.11	0.01	0.13	0.02
Q14	0.23	0.05	0.03	0.00	-0.02	0.00	0.18	0.03	-0.02	0.00	0.25	0.06	-0.06	0.00	0.10	0.01
Q15	-0.31	0.10	-0.02	0.00	0.16	0.03	-0.27	0.07	-0.11	0.01	-0.09	0.01	0.04	0.00	-0.02	0.00
Q16	-0.25	0.06	0.11	0.01	0.12	0.01	0.29	0.08	0.10	0.01	0.08	0.01	0.04	0.00	-0.04	0.00
Q17	0.42	0.18	0.04	0.00	-0.03	0.00	-0.11	0.01	-0.02	0.00	-0.10	0.01	-0.02	0.00	0.00	0.00

C.2 Inquérito social europeu

Resultados

Tabela C.4: Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (ISE)

Questões	Questões										
	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11
Q1	1.00										
Q2	0.13	1.00									
Q3	0.16	0.05	1.00								
Q4	0.30	0.21	0.24	1.00							
Q5	0.29	0.23	0.43	0.45	1.00						
Q6	0.33	0.17	0.14	0.43	0.34	1.00					
Q7	0.18	0.09	-0.03	0.11	0.13	0.39	1.00				
Q8	0.32	0.14	0.19	0.22	0.42	0.33	0.22	1.00			
Q9	0.12	-0.31	0.24	0.00	0.26	0.24	0.44	0.24	1.00		
Q10	0.30	0.26	0.30	0.43	0.45	0.46	0.13	0.23	0.10	1.00	
Q11	0.27	0.18	0.21	0.21	0.46	0.35	0.11	0.40	0.14	0.57	1.00
Q12	0.31	-0.11	0.36	0.08	0.16	0.28	0.16	0.27	0.43	0.22	0.19
Q13	0.22	0.38	0.13	0.50	0.37	0.42	0.30	0.17	0.04	0.58	0.40
Q14	0.16	-0.05	0.23	0.26	0.50	0.25	0.19	0.27	0.38	0.36	0.33
Q15	0.23	0.28	0.04	0.19	0.11	0.42	0.22	0.20	-0.07	0.40	0.36
Q16	0.28	0.21	0.06	0.29	0.31	0.46	0.59	0.34	0.34	0.25	0.23
Q17	0.36	0.29	0.06	0.48	0.30	0.40	0.23	0.36	0.08	0.35	0.33
Q18	0.29	0.02	0.32	0.32	0.41	0.28	0.17	0.45	0.26	0.47	0.44
Q19	0.11	-0.02	0.31	0.29	0.40	0.22	-0.03	0.17	0.23	0.45	0.31
Q20	-0.03	0.27	0.05	0.00	0.27	0.07	0.30	0.15	0.26	0.16	0.03
Q21	0.14	0.42	0.07	0.34	0.22	0.44	-0.06	0.09	-0.16	0.48	0.23

Matriz de correlações das variáveis transformadas – CATPCA (ISE) (cont.)

Questões	Questões									
	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20	Q21
Q12	1.00									
Q13	0.15	1.00								
Q14	0.31	0.37	1.00							
Q15	0.14	0.31	-0.02	1.00						
Q16	0.20	0.37	0.37	0.29	1.00					
Q17	0.24	0.42	0.37	0.38	0.46	1.00				
Q18	0.52	0.42	0.36	0.07	0.27	0.29	1.00			
Q19	0.39	0.24	0.38	0.13	0.19	0.22	0.63	1.00		
Q20	0.06	0.14	0.04	0.07	0.32	-0.02	0.17	0.15	1.00	
Q21	0.09	0.36	0.04	0.49	0.15	0.22	0.22	0.23	0.21	1.00

Tabela C.5: Valores próprios e variância explicada – CATPCA (ISE)

Componentes	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	6.262	29.82	29.82
2	2.348	11.18	41.00
3	1.846	8.79	49.79
4	1.347	6.41	56.20
5	1.173	5.58	61.79
6	1.035	4.93	66.72
7	.916	4.36	71.08
8	.835	3.98	75.05
9	.709	3.38	78.43
10	.687	3.27	81.70
11	.607	2.89	84.59
12	.558	2.66	87.25
13	.446	2.13	89.38
14	.389	1.85	91.23
15	.350	1.67	92.90
16	.329	1.57	94.46
17	.286	1.36	95.82
18	.273	1.30	97.13
19	.247	1.18	98.30
20	.213	1.01	99.32
21	.144	0.68	100.00

Tabela C.6: Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (ISE)

Quest.	Comp. 1		Comp. 2		Comp. 3		Comp. 4		Comp. 5		Comp. 6		Comp. 7	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.49	0.24	0.01	0.00	0.05	0.00	-0.42	0.18	-0.08	0.01	0.37	0.14	-0.27	0.07
Q2	0.31	0.10	0.64	0.41	0.08	0.01	0.31	0.09	0.13	0.02	0.30	0.09	-0.10	0.01
Q3	0.39	0.15	-0.30	0.09	-0.40	0.16	0.14	0.02	-0.03	0.00	0.24	0.06	-0.35	0.13
Q4	0.59	0.35	0.22	0.05	-0.15	0.02	-0.15	0.02	0.36	0.13	-0.16	0.03	-0.40	0.16
Q5	0.68	0.46	-0.12	0.01	-0.18	0.03	0.24	0.06	0.36	0.13	0.23	0.05	0.00	0.00
Q6	0.67	0.45	0.15	0.02	0.22	0.05	-0.19	0.03	-0.18	0.03	-0.17	0.03	-0.10	0.01
Q7	0.40	0.16	-0.15	0.02	0.76	0.57	0.03	0.00	-0.01	0.00	-0.11	0.01	0.00	0.00
Q8	0.55	0.30	-0.16	0.03	0.11	0.01	-0.12	0.01	0.01	0.00	0.57	0.32	0.19	0.04
Q9	0.35	0.12	-0.70	0.49	0.32	0.10	0.09	0.01	-0.11	0.01	-0.10	0.01	0.00	0.00
Q10	0.73	0.54	0.20	0.04	-0.26	0.07	0.09	0.01	-0.07	0.01	-0.17	0.03	0.17	0.03
Q11	0.63	0.39	0.06	0.00	-0.20	0.04	-0.08	0.01	-0.03	0.00	0.17	0.03	0.58	0.34
Q12	0.47	0.22	-0.47	0.22	-0.09	0.01	-0.16	0.03	-0.46	0.22	0.00	0.00	-0.21	0.05
Q13	0.67	0.45	0.28	0.08	0.01	0.00	0.06	0.00	0.22	0.05	-0.29	0.08	0.05	0.00
Q14	0.56	0.32	-0.37	0.14	-0.05	0.00	-0.05	0.00	0.39	0.16	-0.24	0.06	0.19	0.04
Q15	0.46	0.21	0.48	0.23	0.15	0.02	-0.15	0.02	-0.46	0.21	-0.01	0.00	0.16	0.03
Q16	0.61	0.37	-0.04	0.00	0.57	0.32	0.03	0.00	0.10	0.01	-0.07	0.00	-0.05	0.00
Q17	0.63	0.39	0.19	0.03	0.14	0.02	-0.38	0.15	0.20	0.04	0.00	0.00	-0.05	0.00
Q18	0.68	0.46	-0.31	0.09	-0.28	0.08	0.08	0.01	-0.13	0.02	0.01	0.00	0.05	0.00
Q19	0.55	0.30	-0.27	0.07	-0.43	0.18	0.20	0.04	-0.14	0.02	-0.25	0.06	0.01	0.00
Q20	0.27	0.07	-0.03	0.00	0.34	0.11	0.78	0.61	-0.10	0.01	0.14	0.02	-0.07	0.00
Q21	0.46	0.21	0.56	0.31	-0.18	0.03	0.21	0.04	-0.33	0.11	-0.14	0.02	-0.12	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 8		Comp. 9		Comp. 10		Comp. 11		Comp. 12		Comp. 13		Comp. 14	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	-0.04	0.00	0.24	0.06	-0.31	0.10	-0.44	0.19	-0.08	0.01	-0.05	0.00	-0.07	0.00
Q2	-0.13	0.02	0.21	0.05	0.25	0.06	-0.01	0.00	0.13	0.02	-0.15	0.02	0.21	0.04
Q3	0.44	0.19	0.15	0.02	0.29	0.08	0.20	0.04	-0.12	0.01	-0.06	0.00	-0.08	0.01
Q4	0.01	0.00	-0.17	0.03	-0.20	0.04	0.18	0.03	-0.13	0.02	0.19	0.04	0.00	0.00
Q5	0.22	0.05	-0.17	0.03	-0.05	0.00	-0.13	0.02	-0.02	0.00	-0.03	0.00	0.04	0.00
Q6	0.26	0.07	-0.22	0.05	-0.17	0.03	0.09	0.01	0.22	0.05	-0.22	0.05	0.22	0.05
Q7	0.08	0.01	0.21	0.04	-0.08	0.01	0.18	0.03	-0.11	0.01	-0.08	0.01	-0.01	0.00
Q8	-0.15	0.02	-0.29	0.08	-0.07	0.00	0.28	0.08	0.16	0.02	0.04	0.00	-0.18	0.03
Q9	0.23	0.05	-0.06	0.00	-0.03	0.00	-0.08	0.01	0.06	0.00	0.22	0.05	0.16	0.03
Q10	0.16	0.03	0.16	0.03	-0.13	0.02	-0.09	0.01	-0.05	0.00	0.09	0.01	-0.04	0.00
Q11	0.16	0.03	0.12	0.02	-0.05	0.00	0.00	0.00	-0.07	0.01	0.01	0.00	0.21	0.04
Q12	-0.18	0.03	0.16	0.03	0.23	0.05	-0.01	0.00	0.24	0.06	0.08	0.01	0.06	0.00
Q13	-0.04	0.00	0.39	0.15	-0.05	0.00	0.17	0.03	0.15	0.02	0.11	0.01	-0.13	0.02
Q14	0.02	0.00	-0.06	0.00	0.25	0.06	-0.27	0.07	0.24	0.06	-0.06	0.00	-0.21	0.04
Q15	0.16	0.03	-0.10	0.01	0.23	0.05	0.00	0.00	-0.27	0.07	0.11	0.01	-0.20	0.04
Q16	-0.10	0.01	-0.07	0.00	0.13	0.02	-0.04	0.00	-0.16	0.02	-0.28	0.08	-0.13	0.02
Q17	-0.27	0.07	-0.12	0.01	0.32	0.10	-0.04	0.00	-0.10	0.01	0.24	0.06	0.20	0.04
Q18	-0.38	0.15	0.13	0.02	-0.21	0.04	0.22	0.05	0.00	0.00	-0.06	0.00	-0.04	0.00
Q19	-0.28	0.08	-0.16	0.02	0.02	0.00	-0.06	0.00	-0.31	0.09	-0.21	0.04	0.09	0.01
Q20	-0.13	0.02	-0.05	0.00	-0.09	0.01	-0.15	0.02	-0.05	0.00	0.23	0.05	-0.01	0.00
Q21	0.02	0.00	-0.24	0.06	-0.04	0.00	-0.11	0.01	0.26	0.07	-0.01	0.00	-0.10	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – CATPCA (ISE) (cont.)

Quest.	Comp. 15		Comp. 16		Comp. 17		Comp. 18		Comp. 19		Comp. 20		Comp. 21	
	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2	r	r^2
Q1	0.02	0.00	-0.02	0.00	0.02	0.00	0.05	0.00	-0.05	0.00	-0.08	0.01	-0.02	0.00
Q2	0.06	0.00	-0.11	0.01	0.13	0.02	0.08	0.01	0.12	0.02	-0.03	0.00	0.09	0.01
Q3	-0.14	0.02	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.03	0.00	-0.11	0.01	-0.09	0.01	-0.02	0.00
Q4	0.01	0.00	0.10	0.01	0.06	0.00	-0.03	0.00	0.24	0.06	-0.08	0.01	0.03	0.00
Q5	0.28	0.08	0.09	0.01	-0.03	0.00	-0.07	0.00	-0.07	0.01	0.24	0.06	-0.01	0.00
Q6	0.00	0.00	-0.06	0.00	-0.23	0.05	0.02	0.00	-0.06	0.00	-0.07	0.00	0.06	0.00
Q7	0.15	0.02	-0.12	0.01	0.13	0.02	-0.25	0.06	0.01	0.00	-0.04	0.00	-0.10	0.01
Q8	-0.03	0.00	-0.15	0.02	0.00	0.00	0.10	0.01	0.05	0.00	-0.02	0.00	-0.08	0.01
Q9	-0.03	0.00	-0.04	0.00	0.24	0.06	0.23	0.05	-0.02	0.00	0.01	0.00	0.07	0.00
Q10	-0.23	0.05	-0.30	0.09	-0.05	0.00	-0.06	0.00	0.12	0.01	0.18	0.03	0.01	0.00
Q11	-0.09	0.01	0.26	0.07	0.03	0.00	-0.05	0.00	0.07	0.01	-0.11	0.01	-0.06	0.00
Q12	0.09	0.01	0.12	0.01	-0.11	0.01	-0.06	0.00	0.19	0.04	0.10	0.01	-0.06	0.00
Q13	0.10	0.01	0.07	0.00	-0.08	0.01	0.24	0.06	-0.13	0.02	0.00	0.00	-0.09	0.01
Q14	0.04	0.00	-0.06	0.00	-0.01	0.00	-0.09	0.01	0.06	0.00	-0.17	0.03	0.07	0.01
Q15	0.21	0.05	0.01	0.00	-0.02	0.00	0.05	0.00	0.02	0.00	-0.02	0.00	0.13	0.02
Q16	-0.25	0.06	0.21	0.04	0.00	0.00	0.10	0.01	0.05	0.00	0.14	0.02	0.01	0.00
Q17	-0.10	0.01	-0.07	0.00	-0.03	0.00	-0.09	0.01	-0.20	0.04	0.02	0.00	-0.04	0.00
Q18	-0.02	0.00	0.05	0.00	0.08	0.01	-0.11	0.01	-0.14	0.02	0.02	0.00	0.21	0.05
Q19	0.12	0.01	-0.13	0.02	0.01	0.00	0.13	0.02	0.02	0.00	-0.08	0.01	-0.12	0.02
Q20	-0.06	0.00	0.04	0.00	-0.21	0.04	-0.05	0.00	-0.01	0.00	-0.12	0.01	0.01	0.00
Q21	-0.07	0.01	0.10	0.01	0.25	0.06	-0.09	0.01	-0.10	0.01	-0.01	0.00	-0.10	0.01

Apêndice D

Análise das Correspondências com Duplicação de Variáveis

D.1 Inquérito aos hábitos de consumo da população idosa

Resultados

Tabela D.1: Valores próprios e variância explicada – AC Duplicação (IHCPI)

Fatores	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	0.126	28.76	28.76
2	0.067	15.36	44.12
3	0.052	11.89	56.01
4	0.035	7.91	63.92
5	0.027	6.14	70.07
6	0.019	4.41	74.47
7	0.019	4.28	78.75
8	0.015	3.34	82.10
9	0.013	3.08	85.18
10	0.012	2.83	88.01
11	0.011	2.44	90.45
12	0.009	2.05	92.50
13	0.009	1.95	94.46
14	0.007	1.64	96.09
15	0.006	1.43	97.52
16	0.006	1.36	98.88
17	0.005	1.12	100.00

Tabela D.2: Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI)

Questão	Fator 1			Fator 2			Fator 3			Fator 4			Fator 5		
	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2
Q1	(+)	0.41	4.73	0.54	0.20	2.00	0.12	0.12	0.04	0.13	1.58	0.05	-0.08	0.83	0.02
	(-)	-0.60	6.86	0.54	-0.29	2.91	0.12	-0.17	0.04	0.18	2.29	0.05	0.12	1.20	0.02
Q2	(+)	0.47	5.44	0.53	0.18	1.51	0.08	0.16	0.07	-0.22	4.46	0.12	-0.02	0.07	0.00
	(-)	-0.54	6.33	0.53	-0.21	1.75	0.08	-0.19	0.07	0.26	5.19	0.12	0.03	0.08	0.00
Q3	(+)	0.68	9.31	0.61	0.26	2.47	0.09	0.04	0.00	-0.31	7.03	0.13	0.00	0.00	0.00
	(-)	-0.52	7.09	0.61	-0.19	1.88	0.09	-0.03	0.00	0.24	5.35	0.13	0.00	0.00	0.00
Q4	(+)	0.07	0.17	0.06	0.03	0.05	0.01	0.16	0.37	0.08	0.82	0.08	-0.10	1.79	0.14
	(-)	-0.29	0.73	0.06	-0.11	0.19	0.01	-0.70	0.37	-0.33	3.56	0.08	0.43	7.73	0.14
Q5	(+)	0.28	2.36	0.40	-0.01	0.01	0.00	0.09	0.04	0.03	0.11	0.01	-0.10	1.30	0.05
	(-)	-0.53	4.50	0.40	0.02	0.02	0.00	-0.18	0.04	-0.06	0.21	0.01	0.18	2.47	0.05
Q6	(+)	0.09	0.30	0.09	0.04	0.10	0.02	0.18	0.35	0.07	0.65	0.05	-0.06	0.60	0.04
	(-)	-0.34	1.13	0.09	-0.14	0.39	0.02	-0.68	0.35	-0.26	2.43	0.05	0.22	2.26	0.04
Q7	(+)	-0.08	0.10	0.01	-0.79	16.13	0.49	0.58	0.26	-0.27	3.68	0.06	0.14	1.24	0.01
	(-)	0.04	0.04	0.01	0.33	6.69	0.49	-0.24	0.26	0.11	1.53	0.06	-0.06	0.51	0.01
Q8	(+)	0.06	0.05	0.00	-1.06	23.02	0.59	0.50	0.13	-0.41	6.86	0.09	0.21	2.22	0.02
	(-)	-0.02	0.01	0.00	0.32	7.07	0.59	-0.15	0.13	0.13	2.11	0.09	-0.06	0.68	0.02
Q9	(+)	0.03	0.02	0.01	0.05	0.18	0.04	0.15	0.32	0.12	2.00	0.21	0.02	0.05	0.00
	(-)	-0.11	0.11	0.01	-0.22	0.80	0.04	-0.66	0.32	-0.53	8.75	0.21	-0.07	0.23	0.00

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 1			Fator 2			Fator 3			Fator 4			Fator 5		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q10	(+)	0.03	0.03	0.01	0.08	0.42	0.05	0.15	2.03	0.20	0.14	2.60	0.17	0.01	0.00
	(-)	-0.09	0.09	0.01	-0.25	1.34	0.05	-0.49	6.46	0.20	-0.45	8.29	0.17	-0.04	0.00
Q11	(+)	0.36	2.97	0.24	-0.39	6.55	0.28	-0.20	2.21	0.07	0.23	4.33	0.09	-0.24	0.11
	(-)	-0.35	2.86	0.24	0.38	6.31	0.28	0.19	2.13	0.07	-0.22	4.17	0.09	0.23	0.11
Q12	(+)	0.48	5.18	0.52	-0.19	1.54	0.08	-0.12	0.83	0.03	-0.06	0.28	0.01	0.00	0.00
	(-)	-0.45	4.84	0.52	0.18	1.44	0.08	0.12	0.77	0.03	0.05	0.26	0.01	0.00	0.00
Q13	(+)	0.51	5.00	0.32	-0.37	4.90	0.17	-0.36	5.87	0.16	0.05	0.15	0.00	-0.31	0.11
	(-)	-0.35	3.39	0.32	0.25	3.32	0.17	0.24	3.98	0.16	-0.03	0.10	0.00	0.21	0.11
Q14	(+)	0.25	1.81	0.27	-0.18	1.79	0.14	0.01	0.00	0.00	0.22	5.14	0.21	0.12	0.06
	(-)	-0.41	3.00	0.27	0.30	2.96	0.14	-0.01	0.00	0.00	-0.37	8.53	0.21	-0.19	0.06
Q15	(+)	0.28	2.15	0.30	-0.08	0.34	0.03	0.02	0.02	0.00	0.17	2.84	0.11	0.26	0.25
	(-)	-0.37	2.80	0.30	0.11	0.45	0.03	-0.02	0.03	0.00	-0.22	3.71	0.11	-0.33	0.25
Q16	(+)	0.58	6.02	0.43	0.10	0.35	0.01	-0.27	3.10	0.09	0.04	0.12	0.00	0.30	0.11
	(-)	-0.36	3.80	0.43	-0.06	0.22	0.01	0.17	1.96	0.09	-0.03	0.07	0.00	-0.19	0.11
Q17	(+)	0.33	2.91	0.39	0.09	0.39	0.03	-0.05	0.17	0.01	0.06	0.33	0.01	0.22	0.17
	(-)	-0.44	3.88	0.39	-0.12	0.52	0.03	0.07	0.23	0.01	-0.08	0.45	0.01	-0.29	0.17

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 6			Fator 7			Fator 8			Fator 9		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	0.014	0.037	0.001	-0.040	0.300	0.005	-0.028	0.187	-0.054	0.756	0.009
	(-)	-0.021	0.053	0.001	0.058	0.436	0.005	0.041	0.271	0.079	1.097	0.009
Q2	(+)	0.142	3.318	0.050	-0.020	0.066	0.001	-0.062	0.824	-0.081	1.525	0.016
	(-)	-0.165	3.857	0.050	0.023	0.077	0.001	0.072	0.959	0.094	1.773	0.016
Q3	(+)	0.140	2.581	0.026	-0.023	0.072	0.001	-0.044	0.330	0.122	2.794	0.020
	(-)	-0.107	1.966	0.026	0.018	0.055	0.001	0.033	0.252	-0.093	2.128	0.020
Q4	(+)	-0.004	0.004	0.000	0.062	0.972	0.053	0.028	0.262	-0.004	0.005	0.000
	(-)	0.017	0.016	0.000	-0.267	4.200	0.053	-0.122	1.132	0.016	0.020	0.000
Q5	(+)	-0.051	0.523	0.014	0.148	4.544	0.114	0.215	12.256	-0.038	0.415	0.007
	(-)	0.097	0.998	0.014	-0.283	8.667	0.114	-0.411	23.373	0.073	0.791	0.007
Q6	(+)	-0.144	4.976	0.218	0.045	0.506	0.022	-0.049	0.763	0.046	0.721	0.022
	(-)	0.539	18.659	0.218	-0.169	1.899	0.022	0.184	2.861	-0.172	2.703	0.022
Q7	(+)	-0.193	3.338	0.029	0.021	0.039	0.000	-0.320	12.052	-0.046	0.269	0.002
	(-)	0.080	1.385	0.029	-0.009	0.016	0.000	0.133	5.001	0.019	0.112	0.002
Q8	(+)	0.068	0.331	0.002	-0.198	2.881	0.021	0.382	13.827	-0.086	0.752	0.004
	(-)	-0.021	0.102	0.002	0.061	0.885	0.021	-0.117	4.247	0.026	0.231	0.004
Q9	(+)	0.068	1.150	0.066	-0.053	0.728	0.040	-0.024	0.196	-0.065	1.511	0.060
	(-)	-0.298	5.031	0.066	0.233	3.182	0.040	0.107	0.858	0.285	6.607	0.060

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 6			Fator 7			Fator 8			Fator 9			
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	
Q10	(+)	-0.028	0.179	0.007	-0.209	10.463	0.375	0.029	0.254	0.007	0.074	1.809	0.047
	(-)	0.089	0.572	0.007	0.667	33.366	0.375	-0.092	0.809	0.007	-0.235	5.770	0.047
Q11	(+)	0.039	0.229	0.003	0.029	0.127	0.002	-0.181	6.491	0.060	-0.160	5.489	0.047
	(-)	-0.038	0.221	0.003	-0.028	0.122	0.002	0.175	6.251	0.060	0.154	5.286	0.047
Q12	(+)	-0.071	0.748	0.012	0.043	0.280	0.004	-0.075	1.094	0.013	0.297	18.616	0.201
	(-)	0.067	0.699	0.012	-0.040	0.261	0.004	0.070	1.023	0.013	-0.278	17.397	0.201
Q13	(+)	-0.017	0.034	0.000	-0.298	11.300	0.108	0.082	1.097	0.008	-0.005	0.005	0.000
	(-)	0.011	0.023	0.000	0.202	7.664	0.108	-0.056	0.744	0.008	0.004	0.003	0.000
Q14	(+)	0.158	4.764	0.107	0.097	1.842	0.040	0.018	0.082	0.001	0.090	2.208	0.035
	(-)	-0.263	7.908	0.107	-0.161	3.058	0.040	-0.030	0.136	0.001	-0.149	3.665	0.035
Q15	(+)	0.106	1.949	0.042	0.056	0.567	0.012	-0.003	0.001	0.000	0.032	0.252	0.004
	(-)	-0.138	2.540	0.042	-0.074	0.738	0.012	0.003	0.002	0.000	-0.042	0.328	0.004
Q16	(+)	-0.392	18.186	0.199	-0.059	0.420	0.004	0.076	0.900	0.007	-0.125	2.658	0.020
	(-)	0.248	11.492	0.199	0.037	0.265	0.004	-0.048	0.569	0.007	0.079	1.679	0.020
Q17	(+)	-0.072	0.913	0.019	-0.001	0.000	0.000	-0.041	0.385	0.006	-0.135	4.555	0.065
	(-)	0.096	1.217	0.019	0.002	0.000	0.000	0.055	0.513	0.006	0.180	6.073	0.065

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 10			Fator 11			Fator 12			Fator 13		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	-0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.16	10.14	0.08	0.16	10.01	0.08
	(-)	0.01	0.01	0.00	-0.01	0.02	-0.23	14.72	0.08	-0.23	14.53	0.08
Q2	(+)	0.04	0.42	0.00	0.04	0.43	-0.04	0.60	0.00	0.01	0.01	0.00
	(-)	-0.05	0.48	0.00	-0.04	0.50	0.05	0.70	0.00	-0.01	0.02	0.00
Q3	(+)	0.06	0.68	0.00	-0.02	0.13	-0.16	7.34	0.03	-0.18	9.51	0.04
	(-)	-0.04	0.52	0.00	0.02	0.10	0.12	5.59	0.03	0.14	7.25	0.04
Q4	(+)	-0.02	0.20	0.01	0.04	0.61	-0.08	3.66	0.10	0.07	2.98	0.07
	(-)	0.10	0.85	0.01	-0.16	2.62	0.36	15.80	0.10	-0.32	12.88	0.07
Q5	(+)	0.08	1.89	0.03	-0.04	0.54	0.07	1.84	0.02	-0.05	0.99	0.01
	(-)	-0.15	3.60	0.03	0.07	1.03	-0.12	3.50	0.02	0.09	1.90	0.01
Q6	(+)	-0.07	2.05	0.06	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.06	2.10	0.04
	(-)	0.28	7.68	0.06	0.01	0.02	-0.02	0.03	0.00	0.23	7.89	0.04
Q7	(+)	0.12	2.08	0.01	0.10	1.55	-0.04	0.37	0.00	0.08	1.44	0.01
	(-)	-0.05	0.86	0.01	-0.04	0.65	0.02	0.15	0.00	-0.04	0.60	0.01
Q8	(+)	-0.10	1.09	0.01	-0.13	2.03	0.01	0.03	0.00	-0.07	0.80	0.00
	(-)	0.03	0.33	0.01	0.04	0.62	0.00	0.01	0.00	0.02	0.25	0.00
Q9	(+)	-0.05	0.98	0.04	0.03	0.29	0.03	0.60	0.02	-0.07	3.06	0.08
	(-)	0.22	4.28	0.04	-0.11	1.28	-0.15	2.64	0.02	0.32	13.39	0.08

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 10			Fator 11			Fator 12			Fator 13		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q10	(+)	0.10	3.71	0.09	-0.05	1.07	0.02	0.00	0.00	0.02	0.29	0.00
	(-)	-0.32	11.84	0.09	0.16	3.41	0.02	0.01	0.00	-0.08	0.93	0.00
Q11	(+)	0.18	7.46	0.06	-0.09	2.39	0.02	0.03	0.00	-0.06	1.18	0.01
	(-)	-0.17	7.19	0.06	0.09	2.30	0.02	-0.03	0.00	0.06	1.14	0.01
Q12	(+)	-0.05	0.48	0.00	-0.07	1.19	0.01	0.12	0.03	0.01	0.01	0.00
	(-)	0.04	0.45	0.00	0.06	1.11	0.01	-0.11	0.03	-0.01	0.01	0.00
Q13	(+)	-0.24	10.96	0.07	0.14	4.57	0.03	-0.06	0.00	0.02	0.12	0.00
	(-)	0.16	7.43	0.07	-0.10	3.10	0.03	0.04	0.00	-0.01	0.08	0.00
Q14	(+)	0.01	0.06	0.00	-0.04	0.42	0.01	-0.08	0.03	0.06	1.47	0.01
	(-)	-0.02	0.10	0.00	0.06	0.70	0.01	0.14	0.03	-0.10	2.44	0.01
Q15	(+)	-0.02	0.10	0.00	0.17	9.02	0.11	0.10	0.04	0.00	0.01	0.00
	(-)	0.02	0.13	0.00	-0.22	11.76	0.11	-0.13	0.04	0.01	0.01	0.00
Q16	(+)	0.15	4.30	0.03	0.18	7.05	0.04	-0.09	0.01	-0.01	0.06	0.00
	(-)	-0.10	2.72	0.03	-0.11	4.46	0.04	0.06	0.01	0.01	0.04	0.00
Q17	(+)	-0.15	6.46	0.08	-0.22	15.02	0.17	-0.04	0.01	0.05	1.12	0.01
	(-)	0.21	8.62	0.08	0.29	20.02	0.17	0.06	0.01	-0.07	1.49	0.01

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 14			Fator 15			Fator 16			Fator 17		
	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2
Q1	(+)	-0.07	2.65	0.02	-0.01	0.04	0.00	0.07	2.95	0.02	3.61	0.02
	(-)	0.11	3.85	0.02	0.01	0.06	0.00	-0.10	4.28	0.02	5.24	0.02
Q2	(+)	-0.01	0.05	0.00	0.13	8.14	0.04	-0.14	10.98	0.05	6.75	0.03
	(-)	0.01	0.05	0.00	-0.15	9.46	0.04	0.17	12.77	0.05	7.85	0.03
Q3	(+)	0.06	1.12	0.00	-0.08	2.38	0.01	0.13	7.56	0.02	3.36	0.01
	(-)	-0.04	0.85	0.00	0.06	1.81	0.01	-0.10	5.76	0.02	2.56	0.01
Q4	(+)	0.01	0.07	0.00	-0.05	1.84	0.03	0.03	0.71	0.01	2.25	0.03
	(-)	-0.04	0.31	0.00	0.21	7.94	0.03	-0.13	3.07	0.01	9.72	0.03
Q5	(+)	0.08	3.07	0.03	-0.01	0.11	0.00	-0.06	2.48	0.02	1.34	0.01
	(-)	-0.14	5.86	0.03	0.03	0.20	0.00	0.12	4.74	0.02	2.55	0.01
Q6	(+)	-0.03	0.48	0.01	0.08	4.38	0.06	0.02	0.37	0.00	0.09	0.00
	(-)	0.10	1.79	0.01	-0.29	16.44	0.06	-0.08	1.37	0.00	0.34	0.00
Q7	(+)	0.15	5.39	0.02	-0.08	1.76	0.00	-0.11	3.29	0.01	6.96	0.02
	(-)	-0.06	2.24	0.02	0.03	0.73	0.00	0.04	1.36	0.01	2.89	0.02
Q8	(+)	-0.17	5.69	0.02	0.04	0.42	0.00	0.16	5.81	0.01	4.09	0.01
	(-)	0.05	1.75	0.02	-0.01	0.13	0.00	-0.05	1.78	0.01	1.26	0.01
Q9	(+)	-0.04	0.87	0.02	-0.07	3.88	0.07	-0.03	0.95	0.02	0.04	0.00
	(-)	0.16	3.81	0.02	0.31	16.95	0.07	0.15	4.14	0.02	0.16	0.00

Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (IHCPI) (cont.)

Questão	Fator 14			Fator 15			Fator 16			Fator 17		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q10	(+)	0.03	0.76	0.01	0.02	0.19	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.04	0.00
	(-)	-0.11	2.41	0.01	-0.05	0.60	0.00	0.01	0.00	0.02	0.14	0.00
Q11	(+)	-0.01	0.08	0.00	0.02	0.11	0.00	0.08	0.01	-0.05	1.66	0.01
	(-)	0.01	0.08	0.00	-0.01	0.10	0.00	-0.08	0.01	0.05	1.60	0.01
Q12	(+)	-0.03	0.45	0.00	-0.12	6.85	0.03	-0.08	0.01	-0.11	6.77	0.03
	(-)	0.03	0.42	0.00	0.11	6.40	0.03	0.07	0.01	0.10	6.32	0.03
Q13	(+)	0.08	2.14	0.01	0.03	0.35	0.00	-0.06	0.00	0.07	2.54	0.01
	(-)	-0.05	1.45	0.01	-0.02	0.24	0.00	0.04	0.00	-0.05	1.72	0.01
Q14	(+)	-0.10	5.58	0.05	0.04	1.15	0.01	-0.04	0.01	0.09	5.55	0.03
	(-)	0.17	9.26	0.05	-0.07	1.91	0.01	0.07	0.01	-0.14	9.21	0.03
Q15	(+)	0.13	7.53	0.06	0.05	1.53	0.01	0.08	0.03	-0.04	1.29	0.01
	(-)	-0.17	9.81	0.06	-0.07	1.99	0.01	-0.11	0.03	0.06	1.69	0.01
Q16	(+)	-0.15	7.09	0.03	-0.05	1.04	0.00	-0.01	0.00	-0.02	0.19	0.00
	(-)	0.09	4.48	0.03	0.03	0.65	0.00	0.01	0.00	0.01	0.12	0.00
Q17	(+)	0.09	3.66	0.03	-0.01	0.10	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.04	0.00
	(-)	-0.12	4.88	0.03	0.02	0.13	0.00	0.01	0.00	0.01	0.06	0.00

D.2 Inquérito social europeu

Resultados

Tabela D.3: Valores próprios e variância explicada – AC Duplicação (ISE)

Fatores	Valor Próprio	%	% Acumulada
1	0.057	29.40	29.40
2	0.023	11.63	41.03
3	0.019	9.58	50.61
4	0.013	6.48	57.09
5	0.011	5.59	62.68
6	0.009	4.62	67.30
7	0.008	4.17	71.47
8	0.007	3.82	75.29
9	0.006	3.30	78.59
10	0.006	3.19	81.78
11	0.005	2.77	84.55
12	0.005	2.64	87.19
13	0.004	2.15	89.34
14	0.004	1.81	91.15
15	0.003	1.78	92.93
16	0.003	1.56	94.49
17	0.003	1.39	95.88
18	0.003	1.32	97.21
19	0.002	1.11	98.32
20	0.002	1.00	99.33
21	0.001	0.67	100.00

Tabela D.4: Coordenadas, contribuições e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE)

Questão	Fator 1			Fator 2			Fator 3			Fator 4			Fator 5		
	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2	Coord.	Ctr	\cos^2
Q1	(+)	0.33	2.78	0.24	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.26	7.68	0.15	-0.10	1.19	0.02
	(-)	-0.14	1.19	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.11	3.27	0.15	0.04	0.51	0.02
Q2	(+)	0.15	1.01	0.11	0.28	9.24	-0.08	0.94	0.03	0.16	5.67	0.14	-0.08	1.45	0.03
	(-)	-0.18	1.26	0.11	-0.35	11.57	0.10	1.18	0.03	-0.21	7.09	0.14	0.10	1.81	0.03
Q3	(+)	0.24	1.34	0.13	-0.14	1.07	0.29	5.71	0.18	0.11	1.25	0.03	0.02	0.06	0.00
	(-)	-0.09	0.50	0.13	0.05	0.40	-0.11	2.14	0.18	-0.04	0.47	0.03	-0.01	0.02	0.00
Q4	(+)	0.35	3.45	0.34	0.12	1.07	0.09	0.63	0.02	-0.06	0.40	0.01	-0.23	7.42	0.14
	(-)	-0.18	1.72	0.34	-0.06	0.53	-0.04	0.31	0.02	0.03	0.20	0.01	0.11	3.70	0.14
Q5	(+)	0.46	5.34	0.44	-0.07	0.29	0.18	2.39	0.06	0.23	6.01	0.11	-0.21	5.62	0.09
	(-)	-0.20	2.27	0.44	0.03	0.12	-0.08	1.02	0.06	-0.10	2.56	0.11	0.09	2.39	0.09
Q6	(+)	0.41	5.01	0.47	0.05	0.19	-0.11	1.20	0.04	-0.14	2.84	0.06	0.09	1.35	0.02
	(-)	-0.23	2.86	0.47	-0.03	0.11	0.07	0.69	0.04	0.08	1.62	0.06	-0.05	0.77	0.02
Q7	(+)	0.25	2.21	0.19	-0.17	2.82	-0.41	18.52	0.52	0.01	0.01	0.00	0.02	0.06	0.00
	(-)	-0.19	1.75	0.19	0.14	2.23	0.32	14.65	0.52	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.05	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 1			Fator 2			Fator 3			Fator 4			Fator 5		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q8	(+)	0.33	2.82	0.29	-0.10	0.59	0.02	0.00	0.00	-0.04	0.16	0.00	-0.06	0.55	0.01
	(-)	-0.15	1.23	0.29	0.04	0.26	0.02	0.00	0.00	0.02	0.07	0.00	0.03	0.24	0.01
Q9	(+)	0.20	1.25	0.12	-0.43	15.22	0.57	-0.09	0.78	0.04	0.19	0.00	0.10	1.70	0.03
	(-)	-0.12	0.78	0.12	0.27	9.51	0.57	0.06	0.49	-0.02	0.12	0.00	-0.06	1.06	0.03
Q10	(+)	0.46	5.91	0.53	0.14	1.35	0.05	0.17	2.37	0.03	0.13	0.00	0.10	1.41	0.02
	(-)	-0.24	3.05	0.53	-0.07	0.70	0.05	-0.09	1.22	-0.02	0.07	0.00	-0.05	0.73	0.02
Q11	(+)	0.45	4.41	0.38	0.06	0.17	0.01	0.17	2.04	-0.06	0.35	0.01	0.04	0.18	0.00
	(-)	-0.16	1.61	0.38	-0.02	0.06	0.01	-0.06	0.74	0.02	0.13	0.01	-0.01	0.06	0.00
Q12	(+)	0.27	2.00	0.20	-0.26	4.48	0.18	0.12	1.18	-0.13	1.96	0.04	0.21	6.44	0.12
	(-)	-0.13	0.96	0.20	0.12	2.16	0.18	-0.06	0.57	0.06	0.94	0.04	-0.10	3.10	0.12
Q13	(+)	0.36	3.89	0.45	0.13	1.21	0.06	-0.02	0.02	0.04	0.21	0.01	-0.08	0.89	0.02
	(-)	-0.20	2.10	0.45	-0.07	0.65	0.06	0.01	0.01	-0.02	0.11	0.01	0.04	0.48	0.02
Q14	(+)	0.33	2.79	0.28	-0.24	3.62	0.15	0.09	0.67	0.02	0.05	0.00	-0.20	5.13	0.10
	(-)	-0.14	1.22	0.28	0.10	1.58	0.15	-0.04	0.29	-0.01	0.02	0.00	0.09	2.24	0.10

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 1			Fator 2			Fator 3			Fator 4			Fator 5		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q15	(+)	0.21	2.00	0.24	0.19	4.25	0.20	-0.09	1.22	0.05	-0.12	3.19	0.08	0.19	8.60
	(-)	-0.25	2.43	0.24	-0.23	5.16	0.20	0.11	1.48	0.05	0.15	3.87	0.08	-0.23	10.43
Q16	(+)	0.38	4.57	0.39	-0.10	0.76	0.03	-0.32	10.14	0.29	0.02	0.06	0.00	-0.07	0.93
	(-)	-0.23	2.82	0.39	0.06	0.47	0.03	0.20	6.27	0.29	-0.01	0.04	0.00	0.05	0.57
Q17	(+)	0.41	4.53	0.40	0.09	0.58	0.02	-0.07	0.42	0.01	-0.21	5.58	0.11	-0.21	6.30
	(-)	-0.20	2.18	0.40	-0.04	0.28	0.02	0.03	0.20	0.01	0.10	2.68	0.11	0.10	3.03
Q18	(+)	0.43	4.52	0.42	-0.17	1.87	0.07	0.24	4.35	0.13	0.05	0.26	0.01	0.08	0.81
	(-)	-0.18	1.88	0.42	0.07	0.78	0.07	-0.10	1.81	0.13	-0.02	0.11	0.01	-0.03	0.34
Q19	(+)	0.32	2.60	0.27	-0.12	0.90	0.04	0.29	6.51	0.22	0.10	1.04	0.02	0.12	1.99
	(-)	-0.14	1.11	0.27	0.05	0.38	0.04	-0.12	2.77	0.22	-0.04	0.44	0.02	-0.05	0.85
Q20	(+)	0.14	0.72	0.08	-0.04	0.14	0.01	-0.16	2.69	0.10	0.37	22.03	0.54	0.11	2.44
	(-)	-0.10	0.53	0.08	0.03	0.10	0.01	0.12	1.97	0.10	-0.27	16.17	0.54	-0.08	1.79
Q21	(+)	0.24	2.01	0.22	0.30	7.70	0.33	0.05	0.23	0.01	0.06	0.56	0.01	0.19	6.65
	(-)	-0.17	1.42	0.22	-0.21	5.42	0.33	-0.03	0.16	0.01	-0.04	0.40	0.01	-0.13	4.68

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 6			Fator 7			Fator 8			Fator 9		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	-0.31	15.65	0.21	-0.15	3.97	0.05	-0.10	1.92	0.02	10.88	0.11
	(-)	0.13	6.66	0.21	0.06	1.69	0.05	0.04	0.82	0.02	4.64	0.11
Q2	(+)	-0.12	4.11	0.07	-0.04	0.41	0.01	0.05	0.88	0.01	0.25	0.00
	(-)	0.15	5.15	0.07	0.04	0.51	0.01	-0.06	1.10	0.01	0.31	0.00
Q3	(+)	-0.14	2.89	0.04	-0.09	1.44	0.02	-0.27	13.13	0.17	0.53	0.01
	(-)	0.05	1.08	0.04	0.04	0.54	0.02	0.10	4.92	0.17	0.20	0.01
Q4	(+)	0.16	4.39	0.07	-0.20	7.45	0.11	-0.12	3.31	0.04	0.03	0.00
	(-)	-0.08	2.18	0.07	0.10	3.71	0.11	0.06	1.65	0.04	0.02	0.00
Q5	(+)	-0.07	0.78	0.01	0.10	1.75	0.02	-0.19	7.05	0.08	2.59	0.02
	(-)	0.03	0.33	0.01	-0.04	0.74	0.02	0.08	3.00	0.08	1.10	0.02
Q6	(+)	0.09	1.67	0.02	-0.04	0.41	0.01	-0.18	7.76	0.09	0.28	0.00
	(-)	-0.05	0.95	0.02	0.03	0.24	0.01	0.10	4.43	0.09	0.16	0.00
Q7	(+)	0.04	0.35	0.00	0.03	0.24	0.00	-0.03	0.23	0.00	6.11	0.06
	(-)	-0.03	0.27	0.00	-0.02	0.19	0.00	0.02	0.18	0.00	4.83	0.06

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 6			Fator 7			Fator 8			Fator 9		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q8	(+)	-0.31	15.11	0.25	0.12	2.39	0.04	0.07	0.86	-0.13	3.82	0.04
	(-)	0.13	6.60	0.25	-0.05	1.04	0.04	-0.03	0.37	0.06	1.67	0.04
Q9	(+)	0.02	0.10	0.00	0.02	0.11	0.00	-0.11	2.84	-0.05	0.62	0.01
	(-)	-0.01	0.07	0.00	-0.01	0.07	0.00	0.07	1.77	0.03	0.39	0.01
Q10	(+)	0.12	2.78	0.04	0.11	2.28	0.03	-0.05	0.53	0.15	5.48	0.05
	(-)	-0.06	1.43	0.04	-0.06	1.18	0.03	0.03	0.27	-0.08	2.83	0.05
Q11	(+)	-0.08	0.95	0.01	0.44	30.21	0.37	0.04	0.29	0.08	1.15	0.01
	(-)	0.03	0.35	0.01	-0.16	11.03	0.37	-0.02	0.11	-0.03	0.42	0.01
Q12	(+)	-0.11	2.18	0.03	-0.20	7.67	0.11	0.11	2.61	0.00	0.00	0.00
	(-)	0.05	1.05	0.03	0.10	3.69	0.11	-0.05	1.25	0.00	0.00	0.00
Q13	(+)	0.17	5.16	0.09	0.02	0.05	0.00	0.05	0.46	0.19	9.33	0.12
	(-)	-0.09	2.79	0.09	-0.01	0.03	0.00	-0.02	0.25	-0.10	5.04	0.12
Q14	(+)	0.18	5.05	0.08	0.10	1.72	0.02	0.07	0.89	-0.09	1.97	0.02
	(-)	-0.08	2.20	0.08	-0.04	0.75	0.02	-0.03	0.39	0.04	0.86	0.02

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 6			Fator 7			Fator 8			Fator 9		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q15	(+)	-0.02	0.13	0.00	0.07	1.78	0.03	-0.01	0.06	-0.09	3.66	0.05
	(-)	0.03	0.16	0.00	-0.09	2.16	0.03	0.02	0.07	0.12	4.44	0.05
Q16	(+)	0.03	0.23	0.00	-0.05	0.52	0.01	0.08	1.50	-0.09	2.30	0.02
	(-)	-0.02	0.14	0.00	0.03	0.32	0.01	-0.05	0.93	0.06	1.42	0.02
Q17	(+)	0.01	0.01	0.00	-0.06	0.62	0.01	0.18	7.00	-0.17	7.37	0.07
	(-)	0.00	0.00	0.00	0.03	0.30	0.01	-0.09	3.36	0.08	3.54	0.07
Q18	(+)	-0.04	0.21	0.00	-0.07	0.89	0.01	0.23	10.33	0.16	5.57	0.06
	(-)	0.02	0.09	0.00	0.03	0.37	0.01	-0.10	4.29	-0.07	2.31	0.06
Q19	(+)	0.13	2.60	0.04	-0.09	1.38	0.02	0.17	5.77	-0.06	0.85	0.01
	(-)	-0.05	1.11	0.04	0.04	0.59	0.02	-0.07	2.46	0.03	0.36	0.01
Q20	(+)	-0.06	0.92	0.02	-0.05	0.60	0.01	0.02	0.17	-0.02	0.12	0.00
	(-)	0.05	0.68	0.02	0.04	0.44	0.01	-0.02	0.12	0.01	0.09	0.00
Q21	(+)	0.06	0.85	0.01	-0.10	2.65	0.04	-0.04	0.40	-0.07	1.44	0.02
	(-)	-0.04	0.60	0.01	0.07	1.87	0.04	0.03	0.28	0.05	1.02	0.02

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 10			Fator 11			Fator 12			Fator 13		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	0.10	2.33	0.02	-0.27	18.94	0.16	0.06	0.01	0.03	0.39	0.00
	(-)	-0.04	0.99	0.02	0.11	8.07	0.16	-0.03	0.01	-0.01	0.17	0.00
Q2	(+)	-0.11	5.31	0.07	0.01	0.04	0.00	-0.08	0.03	0.03	0.43	0.00
	(-)	0.14	6.65	0.07	-0.01	0.05	0.00	0.10	0.03	-0.03	0.54	0.00
Q3	(+)	-0.32	21.11	0.23	0.14	4.62	0.04	0.11	0.03	0.05	0.91	0.01
	(-)	0.12	7.91	0.23	-0.05	1.73	0.04	-0.04	0.03	-0.02	0.34	0.01
Q4	(+)	0.10	2.59	0.03	0.12	4.01	0.04	0.12	0.04	-0.11	4.49	0.03
	(-)	-0.05	1.29	0.03	-0.06	2.00	0.04	-0.06	0.04	0.05	2.23	0.03
Q5	(+)	0.07	1.02	0.01	-0.05	0.62	0.00	0.03	0.00	0.02	0.19	0.00
	(-)	-0.03	0.43	0.01	0.02	0.26	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.08	0.00
Q6	(+)	0.10	3.05	0.03	0.08	2.12	0.02	-0.18	0.09	0.10	4.43	0.03
	(-)	-0.06	1.74	0.03	-0.05	1.21	0.02	0.10	0.09	-0.06	2.53	0.03
Q7	(+)	-0.04	0.68	0.01	0.09	3.18	0.03	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
	(-)	0.04	0.53	0.01	-0.07	2.52	0.03	-0.03	0.01	0.00	0.00	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 10			Fator 11			Fator 12			Fator 13		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q8	(+)	0.18	7.53	0.09	0.21	11.38	0.11	-0.07	1.44	-0.04	0.44	0.00
	(-)	-0.08	3.29	0.09	-0.09	4.97	0.11	0.03	0.63	0.02	0.19	0.00
Q9	(+)	-0.02	0.07	0.00	-0.06	1.32	0.01	-0.06	1.48	-0.13	7.02	0.05
	(-)	0.01	0.04	0.00	0.04	0.82	0.01	0.04	0.92	0.08	4.38	0.05
Q10	(+)	-0.02	0.06	0.00	-0.08	1.92	0.02	0.03	0.29	-0.05	0.93	0.01
	(-)	0.01	0.03	0.00	0.04	0.99	0.02	-0.02	0.15	0.03	0.48	0.01
Q11	(+)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.02	0.12	0.00
	(-)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.05	0.00
Q12	(+)	-0.16	6.29	0.07	0.00	0.00	0.00	-0.13	5.28	-0.04	0.67	0.00
	(-)	0.08	3.02	0.07	0.00	0.00	0.00	0.06	2.54	0.02	0.32	0.00
Q13	(+)	-0.08	1.70	0.02	0.05	0.88	0.01	-0.04	0.59	-0.07	2.16	0.02
	(-)	0.04	0.92	0.02	-0.03	0.48	0.01	0.02	0.32	0.04	1.17	0.02
Q14	(+)	-0.10	2.35	0.03	-0.17	8.19	0.08	-0.15	6.76	0.04	0.70	0.01
	(-)	0.04	1.02	0.03	0.08	3.57	0.08	0.07	2.95	-0.02	0.30	0.01

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 10			Fator 11			Fator 12			Fator 13		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q15	(+)	-0.06	1.44	0.02	-0.02	0.12	0.00	0.11	6.37	-0.03	0.46	0.00
	(-)	0.07	1.75	0.02	0.02	0.14	0.00	-0.14	7.72	0.03	0.56	0.00
Q16	(+)	-0.01	0.01	0.00	-0.04	0.57	0.00	0.08	2.46	0.20	17.05	0.11
	(-)	0.00	0.01	0.00	0.03	0.35	0.00	-0.05	1.52	-0.12	10.53	0.11
Q17	(+)	-0.07	1.25	0.01	-0.03	0.35	0.00	0.02	0.13	-0.17	11.28	0.07
	(-)	0.03	0.60	0.01	0.02	0.17	0.00	-0.01	0.06	0.08	5.42	0.07
Q18	(+)	0.10	2.38	0.02	0.15	6.19	0.05	0.03	0.18	0.03	0.26	0.00
	(-)	-0.04	0.99	0.02	-0.06	2.57	0.05	-0.01	0.07	-0.01	0.11	0.00
Q19	(+)	0.05	0.48	0.01	-0.03	0.24	0.00	0.16	6.75	0.13	6.19	0.05
	(-)	-0.02	0.20	0.01	0.01	0.10	0.00	-0.07	2.88	-0.06	2.64	0.05
Q20	(+)	0.09	2.77	0.03	-0.08	2.43	0.03	0.05	1.02	-0.11	5.64	0.05
	(-)	-0.07	2.04	0.03	0.06	1.78	0.03	-0.04	0.75	0.08	4.14	0.05
Q21	(+)	0.09	2.42	0.03	-0.04	0.63	0.01	-0.12	5.16	0.01	0.02	0.00
	(-)	-0.06	1.70	0.03	0.03	0.45	0.01	0.08	3.63	-0.01	0.02	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 14			Fator 15			Fator 16			Fator 17		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	-0.01	0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.02	0.15	0.00
	(-)	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.07	0.00
Q2	(+)	0.08	4.68	0.03	-0.01	0.00	0.02	0.28	0.00	0.05	2.74	0.01
	(-)	-0.10	5.86	0.03	0.01	0.00	-0.02	0.35	0.00	-0.07	3.43	0.01
Q3	(+)	-0.09	2.68	0.02	-0.08	0.01	0.04	0.81	0.00	-0.03	0.30	0.00
	(-)	0.03	1.01	0.02	0.03	0.01	-0.02	0.30	0.00	0.01	0.11	0.00
Q4	(+)	-0.01	0.03	0.00	-0.01	0.00	-0.06	2.06	0.01	0.05	1.66	0.01
	(-)	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	1.03	0.01	-0.03	0.83	0.01
Q5	(+)	0.07	2.23	0.01	0.16	0.05	-0.08	2.98	0.01	-0.04	0.74	0.00
	(-)	-0.03	0.95	0.01	-0.07	0.05	0.03	1.27	0.01	0.02	0.32	0.00
Q6	(+)	0.11	5.73	0.03	-0.05	0.01	0.01	0.08	0.00	-0.13	10.46	0.05
	(-)	-0.06	3.27	0.03	0.03	0.01	-0.01	0.05	0.00	0.07	5.98	0.05
Q7	(+)	0.05	1.76	0.01	0.10	0.03	0.05	1.88	0.01	0.02	0.20	0.00
	(-)	-0.04	1.39	0.01	-0.08	0.03	-0.04	1.48	0.01	-0.01	0.16	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 14			Fator 15			Fator 16			Fator 17		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q8	(+)	-0.12	5.51	0.04	0.03	0.43	0.00	0.12	7.34	0.04	0.03	0.00
	(-)	0.05	2.40	0.04	-0.01	0.19	0.00	-0.05	3.20	0.04	-0.01	0.00
Q9	(+)	0.06	1.92	0.01	-0.08	3.05	0.02	-0.02	0.16	0.00	0.16	0.08
	(-)	-0.04	1.20	0.01	0.05	1.91	0.02	0.01	0.10	0.00	-0.10	0.08
Q10	(+)	-0.05	1.02	0.01	-0.10	4.76	0.03	0.20	22.01	0.10	-0.03	0.00
	(-)	0.02	0.53	0.01	0.05	2.45	0.03	-0.10	11.35	0.10	0.01	0.00
Q11	(+)	0.06	1.20	0.01	-0.14	7.00	0.04	-0.18	13.35	0.06	0.01	0.00
	(-)	-0.02	0.44	0.01	0.05	2.56	0.04	0.07	4.87	0.06	0.00	0.00
Q12	(+)	-0.01	0.04	0.00	0.04	0.69	0.00	-0.09	4.06	0.02	-0.08	0.02
	(-)	0.00	0.02	0.00	-0.02	0.33	0.00	0.04	1.95	0.02	0.04	0.02
Q13	(+)	-0.10	4.54	0.03	0.04	0.94	0.01	-0.10	5.27	0.03	-0.02	0.00
	(-)	0.05	2.45	0.03	-0.02	0.51	0.01	0.05	2.85	0.03	0.01	0.00
Q14	(+)	-0.10	4.15	0.03	0.14	7.85	0.05	0.07	2.25	0.01	-0.02	0.00
	(-)	0.04	1.81	0.03	-0.06	3.43	0.05	-0.03	0.98	0.01	0.01	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 14			Fator 15			Fator 16			Fator 17		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q15	(+)	-0.01	0.15	0.00	0.09	5.73	0.04	-0.01	0.14	0.00	0.02	0.00
	(-)	0.02	0.18	0.00	-0.11	6.95	0.04	0.02	0.18	0.00	0.02	0.00
Q16	(+)	-0.12	7.24	0.04	-0.12	7.67	0.04	-0.05	1.70	0.01	0.38	0.00
	(-)	0.07	4.47	0.04	0.07	4.74	0.04	0.03	1.05	0.01	0.24	0.00
Q17	(+)	0.08	3.11	0.02	-0.09	3.55	0.02	0.04	0.83	0.00	1.88	0.01
	(-)	-0.04	1.49	0.02	0.04	1.71	0.02	-0.02	0.40	0.00	0.90	0.01
Q18	(+)	-0.02	0.16	0.00	0.03	0.30	0.00	-0.02	0.16	0.00	0.30	0.00
	(-)	0.01	0.07	0.00	-0.01	0.13	0.00	0.01	0.07	0.00	0.13	0.00
Q19	(+)	0.19	13.90	0.09	0.03	0.48	0.00	0.06	1.68	0.01	0.86	0.00
	(-)	-0.08	5.92	0.09	-0.01	0.20	0.00	-0.03	0.72	0.01	0.37	0.00
Q20	(+)	-0.03	0.37	0.00	-0.04	0.72	0.00	-0.02	0.26	0.00	10.38	0.05
	(-)	0.02	0.27	0.00	0.03	0.53	0.00	0.01	0.19	0.00	7.62	0.05
Q21	(+)	-0.08	3.42	0.02	0.02	0.26	0.00	-0.02	0.19	0.00	8.03	0.04
	(-)	0.06	2.41	0.02	-0.02	0.18	0.00	0.01	0.13	0.00	5.65	0.04

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 18			Fator 19			Fator 20			Fator 21		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q1	(+)	0.01	0.08	0.00	-0.03	0.55	0.00	-0.05	2.17	0.01	0.20	0.00
	(-)	-0.01	0.03	0.00	0.01	0.23	0.00	0.02	0.93	0.01	0.08	0.00
Q2	(+)	0.03	0.99	0.01	0.03	1.22	0.01	-0.01	0.09	0.00	1.33	0.00
	(-)	-0.04	1.24	0.01	-0.04	1.53	0.01	0.01	0.11	0.00	1.67	0.00
Q3	(+)	-0.06	1.65	0.01	-0.07	3.32	0.01	-0.08	4.27	0.01	0.28	0.00
	(-)	0.02	0.62	0.01	0.03	1.25	0.01	0.03	1.60	0.01	0.10	0.00
Q4	(+)	0.00	0.01	0.00	0.15	17.43	0.07	-0.04	1.49	0.01	0.46	0.00
	(-)	0.00	0.01	0.00	-0.08	8.68	0.07	0.02	0.74	0.01	0.23	0.00
Q5	(+)	-0.02	0.14	0.00	-0.04	1.32	0.00	0.16	18.26	0.05	0.03	0.00
	(-)	0.01	0.06	0.00	0.02	0.56	0.00	-0.07	7.78	0.05	0.01	0.00
Q6	(+)	0.05	1.51	0.01	-0.03	0.60	0.00	-0.04	1.61	0.01	1.31	0.00
	(-)	-0.03	0.87	0.01	0.02	0.35	0.00	0.02	0.92	0.01	0.75	0.00
Q7	(+)	-0.10	8.66	0.03	0.01	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	2.45	0.00
	(-)	0.08	6.85	0.03	-0.01	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	1.93	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 18			Fator 19			Fator 20			Fator 21		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q8	(+)	0.08	3.69	0.02	0.03	0.45	0.00	-0.02	0.21	0.06	4.35	0.01
	(-)	-0.04	1.61	0.02	-0.01	0.20	0.00	0.01	0.09	-0.03	1.90	0.01
Q9	(+)	0.07	3.76	0.02	-0.03	0.78	0.00	0.00	0.00	-0.03	1.28	0.00
	(-)	-0.05	2.35	0.02	0.02	0.48	0.00	0.00	0.00	0.02	0.80	0.00
Q10	(+)	0.01	0.11	0.00	0.06	2.51	0.01	0.11	9.56	-0.01	0.16	0.00
	(-)	-0.01	0.06	0.00	-0.03	1.30	0.01	-0.06	4.93	0.01	0.08	0.00
Q11	(+)	-0.10	4.61	0.02	0.07	2.76	0.01	-0.07	2.95	0.04	1.47	0.00
	(-)	0.04	1.68	0.02	-0.03	1.01	0.01	0.02	1.08	-0.01	0.54	0.00
Q12	(+)	0.00	0.00	0.00	0.12	10.91	0.04	0.09	6.10	0.04	1.59	0.00
	(-)	0.00	0.00	0.00	-0.06	5.24	0.04	-0.04	2.93	-0.02	0.76	0.00
Q13	(+)	0.15	13.86	0.07	-0.10	8.09	0.04	-0.01	0.10	0.07	5.40	0.01
	(-)	-0.08	7.49	0.07	0.06	4.37	0.04	0.01	0.06	-0.04	2.92	0.01
Q14	(+)	-0.03	0.53	0.00	0.05	1.99	0.01	-0.12	10.87	-0.04	1.96	0.00
	(-)	0.01	0.23	0.00	-0.02	0.87	0.01	0.05	4.75	0.02	0.86	0.00

Coordenadas e qualidade da representação das variáveis – AC Duplicação (ISE) (cont.)

Questão	Fator 18			Fator 19			Fator 20			Fator 21		
	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²	Coord.	Ctr	cos ²
Q15	(+)	0.04	2.02	0.01	0.00	0.02	0.00	-0.01	0.27	-0.04	3.56	0.01
	(-)	-0.05	2.44	0.01	-0.01	0.03	0.00	0.02	0.32	0.05	4.32	0.01
Q16	(+)	0.02	0.37	0.00	0.01	0.10	0.00	0.06	3.19	-0.01	0.07	0.00
	(-)	-0.01	0.23	0.00	-0.01	0.06	0.00	-0.04	1.97	0.00	0.05	0.00
Q17	(+)	-0.08	4.18	0.02	-0.11	8.02	0.03	0.02	0.23	0.02	0.33	0.00
	(-)	0.04	2.01	0.02	0.05	3.86	0.03	-0.01	0.11	-0.01	0.16	0.00
Q18	(+)	-0.06	2.24	0.01	-0.08	4.47	0.02	0.00	0.00	-0.15	25.21	0.05
	(-)	0.03	0.93	0.01	0.03	1.86	0.02	0.00	0.00	0.06	10.47	0.05
Q19	(+)	0.07	2.95	0.01	0.00	0.00	0.00	-0.06	2.30	0.10	10.65	0.03
	(-)	-0.03	1.26	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.98	-0.04	4.54	0.03
Q20	(+)	0.00	0.01	0.00	0.01	0.19	0.00	-0.06	4.06	0.00	0.00	0.00
	(-)	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.14	0.00	0.05	2.98	0.00	0.00	0.00
Q21	(+)	-0.12	10.95	0.05	-0.04	1.73	0.01	0.00	0.00	0.05	3.37	0.01
	(-)	0.08	7.71	0.05	0.03	1.22	0.01	0.00	0.00	-0.03	2.37	0.01